

Marián Goga

NIEKTORÉ PROBLÉMY MODELOVANIA AKTUALIZÁCIE A STABILITY ŠTRUKTÚRNYCH KOEFICIENTOV¹

***Abstract:** The modelling approach, which is discussed by the author, belongs to the group of formal methods used to analyse the stability and update of structural coefficients using mathematical and statistical apparatus. Except for the empirical analysis and extrapolation of methods of estimating the development of stability and update of the structural coefficients, the author focuses on the possibility of using RAS method that can generate exact estimates of the structural coefficients from input-output tables. This method is more effective compared with other methods and can actually reduce costs of frequent surveys of statistical information. The accuracy of the RAS method is sensitive to the creative strategies used by economic analysts in addressing major structural changes in the economy.*

***Keywords:** cross-sectoral structure flows, input-output table, development of structural coefficients, empirical and extrapolation methods, updating structural coefficients, RAS method*

JEL: C 49, C 67

Úvod

Rozvojom ekonomickej vedy a počítačových technológií sa vytvárajú možnosti pre ekonómov analytikov na využívanie nových poznatkov pri riešení mnohých ekonomických problémov a pri usmerňovaní hospodárstva na optimálnu trajektóriu ekonomického rozvoja. K tomu sú však potrebné vedecky platné kvantitatívne poznatky o ekonomických kategóriách a o zákonoch ekonomického vývoja. Čas ukázal, že účinným nástrojom v tomto zložitom procese poznávania v súčasnosti je input-output analýza. Potvrdil to aj EUROSTAT tím, že zabudoval do metodiky systému národných účtov povinnosť krajín EÚ zostavovať input-output tabuľky. Input-output analýza a s ňou súvisiace modelovacie prístupy predstavujú užitočný nástroj, ktorý slúži na kvantitatívne zobrazenie vnútorných väzieb ekonomického systému.

Input-output analýza plní dôležitú úlohu pri rôznych druhoch národohospodárskych projekcií a analýz. Uplatňuje sa ako vhodný prostriedok poskytujúci dôležité

¹ Príspevok je výstupom z riešenia projektu VEGA č. 1/0285/14 - *Regionálne modelovanie ekonomického rastu krajín EÚ s dôrazom na metódy priestorovej ekonometrie.*

informácie tak pri riadení hospodárskych procesov, ako aj pri ich prognózovaní na dlhšie časové úseky. Ak sa má báza údajov a štruktúrnych ukazovateľov používať aj na prognózovanie, treba skúmať, či koeficienty štruktúrnych matíc zostali stabilné, resp. či správne odzrkadľujú aj podmienky v ďalšom uvažovanom období. Dá sa predpokladať, že matice štruktúrnych koeficientov priamej spotreby nebudú spĺňať túto podmienku, keď sa uvažuje s veľmi dlhým prognózovaným časovým intervalom. Toky produkcie medzi jednotlivými odvetviami sa postupne menia. Jednotlivé koeficienty priamej spotreby (štruktúrne koeficienty) nie sú stabilné v čase, pretože sú v dlhšom časovom horizonte vystavené rôznym štruktúrnym zmenám. Zastarávajú a pri dlhodobějších prognózach sa stávajú nestabilnými [26].

Tieto zmeny vo vývoji štruktúry medziodvetvových tokov spôsobuje niekoľko faktorov. Najdôležitejšie sú:

- a) **Technický pokrok** – tento faktor významne pôsobí na reštrukturalizáciu jednotlivých činiteľov, zúčastňujúcich sa na výrobe produkcie v odvetviach výrobných spotreby. Jeho vplyv sa presadzuje prostredníctvom zmien výrobných programov, postupným zavádzaním nových výrobkov alebo dokonalejšej technológie. Modifikuje najmä skladbu vstupov v prvom kvadrante input-output tabuľky, súčasne však pôsobí na veľkosť primárnych vstupov a podnecuje rast produktivity práce, čo vyvoláva relatívny pokles hodnôt koeficientov priamej spotreby.
- b) **Vznik nových priemyselných odvetví** – ich rozvoj vyvoláva určitú modifikáciu štruktúry tokov produkcie v národohospodárskom systéme prostredníctvom adaptácie väzieb medzi odvetviami.
- c) **Zmena cenovej hladiny** – medziodvetvové vzťahy sa konštruujú na podklade cien príslušného roku, preto údaje v príslušnom časovom intervale podliehajú aj cenovým zmenám. Adaptácia štruktúrnych koeficientov v novej cenovej hladine sa realizuje pomocou vzťahu

$$\mathbf{A}_t = \hat{\mathbf{P}} \cdot \mathbf{A}_0 \cdot \hat{\mathbf{P}}^{-1} \quad (1)$$

kde $\hat{\mathbf{P}}$ je diagonálna matica cien a \mathbf{A}_0 je matica koeficientov priamej spotreby vo východiskovom roku.

Patria sem predovšetkým zmeny v cenách spotrebného materiálu, polovýrobov, výkonov, ale aj zmeny mzdových sadzieb, v spotrebe fixného kapitálu a pod.

Pri dlhšom časovom odstupe medzi jednotlivými obdobiami konštruovania matice koeficientov priamej spotreby a_{ij} sú tieto koeficienty vystavené týmto vplyvom:

- v dôsledku rastu produktivity práce sa prejavuje pokles veľkosti koeficientov,
- prejavuje sa tendencia zvyšovať vstupy, ktoré vyjadrujú podiel výrobných zariadení na výrobnom procese,
- vznikajú druhotné modifikácie určitých výrobných vstupov (napríklad v spotrebe energie),
- menia sa ceny,
- vznikajú druhotné modifikácie, vyvolané zmenami v štruktúre kvalifikácie pracovných vstupov. Celkovo sa podiel práce znižuje, pričom dochádza súčasne

k zmene zloženia odbornej štruktúry pracovníkov (vyššie požiadavky na kvalifikáciu).

Podľa predpokladaných zmien sa koeficienty priamej spotreby a_{ij} oživujú (aktualizujú) v čase najmä vtedy, ak sa využívajú z hľadiska modelovania dlhodobého výhľadu [18].

Metódy odhadu vývoja a oživovania (aktualizácie) štruktúrnych koeficientov sa členia na tri skupiny, ktoré sa od seba odlišujú iba čiastočne.

1 Empirické (expertízne) metódy

Tieto metódy sa využívajú najmä vtedy, keď zlyhávajú iné spôsoby. Ich použitie je adekvátne vtedy, ak sa predvídajú zmeny v tendenciách vývoja, keď nastanú kvalitatívne zmeny v procesoch, o vývoji ktorých chýba databáza údajov, resp. databáza údajov je nedostatočná.

Charakteristickou črtou a požiadavkou využívania empirických metód je, aby informácie o dôležitých aspektoch rozvoja konkrétnej oblasti reprodukčného procesu boli získané pomocou hodnotenia a expertíz vykonaných odborníkmi. V podstate sa tieto metódy opierajú o výroky expertov a ich navzájom konzultovaný odhad trendov do budúcnosti.

Základom úspechu použitia empirických metód je výber takých expertov a znalcov, ktorí sú schopní poskytnúť reálne informácie potrebné na odhad.

Aplikovanie týchto metód je v zásade spojené s dvoma základnými problémami:

- kvantifikácia určitej expertízy, t. j. transformácia odhadov expertov do kvantitatívneho tvaru,
- charakter odhadu, t. j. základom čiastkových odhadov majú byť len objektívne závery, ktoré nie sú zaťažené subjektívnou predstavou experta.

Výsledky expertíz sa preto zvyčajne porovnávajú s výsledkami, ktoré sa získavajú nezávisle inými metódami, napríklad *delfskou metódou*, *metódou krížového dosahu javov* (*cross impact analysis*) a pod. [6, 9]. Až potom sa prikróčí k aktualizácii koeficientov.

2 Extrapoláčne metódy

Extrapolácia vývojových trendov v časových radoch údajov input-output tabuliek je relatívne jednoduchý spôsob korigovania, adaptácie a aktualizácie štruktúrnych koeficientov.

Metódy, založené na štatistických princípoch, ktoré sa dajú v tomto prípade použiť, sú pomerne prepracované a možno nimi odhadovať dôsledky a súvislosti ekonomických, sociálnych a technických javov z pohľadu historických skúseností [4, 22].

Extrapoláčne metódy sú vhodným aparátom pri odhaľovaní zložitých vývojových tendencií v štruktúre tokov medzi odvetviami vtedy, ak možno odôvodnene predpokladať ich určitý stupeň stability. Východiskom týchto metód je hypotéza o všeobecnej tendencii znižovania štruktúrnych koeficientov v dôsledku zvyšovania

produktivity práce, podľa vývoja za nejaké uplynulé obdobie. Na testovanie sa dá použiť lineárny vzťah:

$$a_{ij}^t = (1 - t) \cdot a_{ij}^0 \quad (2)$$

kde a_{ij}^0 sú technické koeficienty základného obdobia,
 a_{ij}^t – extrapolované technické koeficienty v čase t .

Výsledný úspech aktualizácie technických koeficientov závisí od toho, do akej miery sa podarí adekvátne rozložiť časový rad údajov na zložky, ktoré sú odrazom rozlične pôsobiacich vplyvov zmien.

Rozklad časového radu na zložky (trendovú, oscilačnú a náhodnú) a konštrukcia odhadu korekčných zásahov na základe jeho analýzy sa nazýva **jednoduchá analýza časového radu** [10, s. 141].

Proces extrapolácie tendencií z minulosti naráža však na niektoré prekážky, ktoré ho ohraničujú:

- Podmienkou je existencia časového radu štruktúrnych koeficientov, ktorý obsahuje viac ako dve pozorovania, vykonané na rovnakom základe (rovnaká klasifikácia odvetví, rovnaká štruktúra v zložení výrobkov a pod.). Táto podmienka sa dá iba zriedkavo splniť.
- Nejednoznačná je voľba najvhodnejšej funkcie adaptácie koeficientov. Do úvahy prichádzajú lineárne, nelineárne, exponenciálne a iné funkcie.
- Extrapolácia sa nedá použiť v prípade, že štruktúrne koeficienty majú počas pozorovaného obdobia nulové hodnoty, ale v odhadovanom období nadobúdajú kladné hodnoty.
- Pretože hodnoty štruktúrnych koeficientov a_{ij} sú z intervalu $0 \leq a_{ij} < 1$, aj ich odhadované hodnoty sa môžu pohybovať len v rámci tohto intervalu.

3 Formálne metódy

Túto skupinu tvoria metódy, ktoré sa pokúšajú korigovať a aktualizovať štruktúrne koeficienty použitím matematického a štatistického aparátu [2, 5, 15]. Na objasnenie a priblíženie základných črt týchto metód uvedieme stručnú charakteristiku troch metód.

a) *Metóda proporcionálnej korekcie koeficientov (metóda PKK)*

Táto metóda sa opiera o základný predpoklad, že koeficienty priamej spotreby a_{ij} sa v každom riadku matice **A** menia proporcionálne k súčtu týchto koeficientov v riadku matice **A** (existuje aj jej modifikovaný variant, ktorý súčasne zabezpečuje korekciu v každom stĺpci matice **A**).

Pri aplikácii tejto metódy sa rozlišujú tri obdobia: *základné, korekčné a prognózané*. Aktualizácia sa realizuje tak, že sa násobia jednotlivé štruktúrne koeficienty príslušným riadkovým **korekčným koeficientom** (hodnoty korekčných koeficientov sa pohybujú okolo jednotky) [10, s. 142].

b) Štatistická korekčná metóda (metóda SCM – successive correction method)

Základný princíp *metódy postupných korekcií - SCM* spočíva vo výpočte predikčných chýb [24]. Táto metóda pracuje s maticou koeficientov priamej spotreby **A** za základné obdobie, ďalej s vektormi celkovej produkcie **x** a výrobnjej spotreby **v** za korekčné obdobie a s vektorom konečnej spotreby **y** za korekčné a na prognózované obdobie. Predikčné chyby sa odhadujú z údajov vektora celkovej produkcie **x** a pomocou stĺpcového a riadkového vektora súčtov matice materiálovej výrobnjej spotreby.

c) Metóda RAS

Metóda RAS existuje vo viacerých variantoch (matica **A** vynásobená zľava maticou **R** a sprava maticou **S**) a môže sa aplikovať spôsobmi, ktoré sa líšia rozsahom využívaných údajov. Štandardný variant tejto metódy vyžaduje poznať iba súčtové vektory prvého kvadrantu input-output tabuľky (stĺpcový a riadkový), modifikovaný variant vyžaduje poznať údaje o vybraných položkách medzi-odvetvových tokov x_{ij} . Metóda RAS ako biproporcionálny algoritmus je veľmi efektívna a užitočná metóda [3] a [16]. Má oproti iným na podobnom princípe založeným algoritmom dve výhody, a to, že je pomerne jednoduchá, pričom pri výpočtoch nevznikajú záporné hodnoty a na výpočty potrebuje minimum údajov, ktoré sa dajú získať z input-output tabuliek alebo z ročných národných účtov [1] a [14].

V tejto časti článku sa nebudeme zaoberať všetkými zaujímavými prístupmi, ktoré sú vhodné na riešenie problémov aktualizácie štruktúrnych koeficientov priamej spotreby, pretože by to presiahlo stanovený rozsah tohto článku. Poskytneme iba stručnú predstavu o možnostiach ich použitia, so zameraním sa na niektoré metodologické problémy a princípy *metódy RAS*.

Autori tejto metódy [3] a [18] sa opierali o dve premisy:

- a) Prvky každého riadku matice **A** sú vystavené rovnakému multiplikatívnemu účinku nejakého parametra r_j ($0 \leq r_j \leq 1$), ktorý v sebe premieta stupeň absorpcie technického pokroku vo výrobnjej sfére. Tento parameter vyjadruje vplyv zmien, ktoré vznikajú v rozdeľovaní produkcie *i*-teho odvetvia v rámci daného systému odvetví. Tieto účinky sa nazývajú **substitučný efekt**.
- b) Prvky každého stĺpca matice **A** sú súčasne vystavené rovnakému multiplikatívnemu účinku parametra s_i ($0 \leq s_i \leq 1$), ktorý reprezentuje stupeň zmien v technológii výroby. Vyjadruje mieru modifikácie pomeru výrobnjej spotreby k podielu primárnych zdrojov (v dôsledku využívania výkonnejších zariadení, pracovných postupov a pod.). Tento parameter zohľadňuje zmeny v technológii a nazýva sa **efektom technologických zmien** [19].

Napríklad v automobilovom priemysle môžeme v súčasnosti evidovať presadzovanie tendencií nahradzovania niektorých kovových súčiastok plastickými materiálmi – *substitučný efekt*. Súčasne sa s touto tendenciou presadzuje aj zdokonaľovanie pracovných postupov a zavádzanie nových technológií do výroby automobilov – *efekt technologických zmien*. O týchto dvoch efektoch sa predpokladá v *metóde RAS*,

že pôsobia rovnakým spôsobom v celom systéme odvetví národného hospodárstva [17].

Štandardný variant *metódy RAS* vyžaduje tri skupiny údajov:

1. maticu koeficientov priamej spotreby za východiskový rok \mathbf{A}_0 ,
2. údaje o prvkoch vektora celkovej produkcie \mathbf{x}_t za prognózovaný rok,
3. odhad veličín riadkových a stĺpcových súčtov matice medziodvetvových tokov z input-output tabuľky za prognózované obdobie \mathbf{u}_t a \mathbf{v}_t [10, s. 144, resp. 25, s. 193].

Medzi maticami koeficientov priamej spotreby \mathbf{A}_0 (východiskový rok) a \mathbf{A}_t (prognózovaný rok) platí vzťah

$$\mathbf{A}_t = \hat{\mathbf{R}} \cdot \mathbf{A}_0 \cdot \hat{\mathbf{S}} \quad (3)$$

kde $\hat{\mathbf{R}}$ a $\hat{\mathbf{S}}$ sú diagonálne matice, ktorých prvky na diagonále tvoria súradnice vektorov \mathbf{r} a \mathbf{s} .

Označme maticu údajov o medziodvetvových tokoch z prvého kvadrantu input-output tabuľky symbolom \mathbf{W} , t. j. $\mathbf{W} = \|x_{ij}\|$ a nech $\hat{\mathbf{X}}$ je diagonálnou maticou, ktorá má na hlavnej diagonále zložky vektora celkovej produkcie \mathbf{x} . Potom pre obdobie t môžeme vytvoriť vzťah

$$\mathbf{W}_t = \mathbf{A}_t \cdot \hat{\mathbf{X}}_t \quad (4)$$

resp.

$$\mathbf{A}_t = \mathbf{W}_t \cdot \hat{\mathbf{X}}_t^{-1} \quad (5)$$

Po dosadení vzťahu (3) do vzťahu (4) dostaneme

$$\mathbf{W}_t = (\hat{\mathbf{R}} \cdot \mathbf{A}_0 \cdot \hat{\mathbf{S}}) \cdot \hat{\mathbf{X}}_t \quad (6)$$

Maticu medziodvetvových tokov \mathbf{W}_t môžeme zapísať aj pomocou vektorov riadkových a stĺpcových súčtov \mathbf{u}_t a \mathbf{v}_t v tvare

$$\mathbf{u}_t = \mathbf{W}_t \cdot \mathbf{I} \quad \text{a} \quad \mathbf{v}_t = \mathbf{W}_t^T \cdot \mathbf{I} \quad (7)$$

kde $\mathbf{I} = (1, 1, \dots, 1)$ je jednotkový stĺpcový vektor sumácie príslušného rozmeru.

Kombinovaním vzťahov (7) a (6) dostaneme dve sústavy rovníc v tvare

$$\mathbf{u}_t = \mathbf{W}_t \cdot \mathbf{I} = (\hat{\mathbf{R}} \cdot \mathbf{A}_0 \cdot \hat{\mathbf{S}}) \cdot \hat{\mathbf{X}}_t \cdot \mathbf{I} \quad (8)$$

$$\mathbf{v}_t = \mathbf{W}_t^T \cdot \mathbf{I} = \hat{\mathbf{X}}_t \cdot (\hat{\mathbf{S}} \cdot \mathbf{A}_0 \cdot \hat{\mathbf{R}}) \cdot \mathbf{I} \quad (9)$$

Riešením tejto sústavy sú veličiny r_j a s_p , ktoré sa vypočítajú iteračným spôsobom ([10], s. 145, resp. [25], s. 195).

Postup riešenia je takýto:

- a) Vychádzame zo súčinu $\mathbf{u}_0 = \mathbf{A}_0 \cdot \hat{\mathbf{X}}_t \cdot [\mathbf{I}]$, pričom predpokladáme, že $\mathbf{u}_0 \neq \mathbf{u}_t$. Rovnicu získame, ak sa vynásobia riadky matice \mathbf{A}_0 vhodnými koeficientmi

$$\mathbf{u}_t = \hat{\mathbf{U}}_t \cdot \hat{\mathbf{U}}_0^{-1} \cdot \mathbf{A}_0 \cdot \hat{\mathbf{X}}_t \cdot [\mathbf{I}] \quad (10)$$

b) Týmto sa poruší súčet stĺpcov, ktorý treba upraviť vhodným násobením každého stĺpca

$$v_0 = \hat{X}_t^T \cdot A_0^T \cdot \hat{U}_t \cdot \hat{U}_0^{-1} \cdot [I] \tag{11}$$

$$v_t = \hat{X}_t^T \cdot \hat{V}_t \cdot \hat{V}_0^{-1} \cdot A_0^T \cdot \hat{U}_t \cdot \hat{U}_0^{-1} \cdot [I] \tag{12}$$

c) Opäť sa porušia súčty riadkov, preto sa v ďalšej iterácii opäť upravujú riadkové súčty. Týmto aproximativným spôsobom, ktorý konverguje, dostaneme hľadané riešenie

$$A_t = \hat{R}^* \cdot A_0 \cdot \hat{S}^* \tag{13}$$

kde

$$\begin{aligned} \hat{R}^* &= \hat{U}_t^{n+1}, \hat{U}_0^{-1}, \hat{U}_{01}^{-1}, \hat{U}_{02}^{-1}, \dots, \hat{U}_{0n}^{-1} \\ \hat{S}^* &= \hat{V}_t^{n+1}, \hat{V}_0^{-1}, \hat{V}_{01}^{-1}, \hat{V}_{02}^{-1}, \dots, \hat{V}_{0n}^{-1} \end{aligned} \tag{14}$$

Medzi vzťahmi (3) a (13) platí

$$\hat{R}^* = \lambda \cdot \hat{R} \quad \text{a} \quad \hat{S}^* = \lambda^{-1} \cdot \hat{S}$$

pričom $\lambda > 0$ je konštanta [7].

Iteračný proces pokračuje pokiaľ iterácie konvergujú, resp. po určitý počet iterácií k . Výpočty možno realizovať pomocou programového produktu GAMS alebo MATLAB [20] a [23].

Na ilustráciu uvedenej metódy použijeme číselné údaje z input-output tabuľky č. 1. Vychádzajme z údajov v input-output tabuľke hypotetického hospodárstva s dvoma odvetviami – poľnohospodárstvom a priemyslom, ktoré použijeme na ilustráciu postupu aktualizácie štruktúrnych koeficientov metódou RAS. Údaje v tabuľke sú uvedené v peňažných jednotkách.

Tab. č. 1

Input-output tabuľka hypotetického hospodárstva

Dodávateľské odvetvia		Odberateľské odvetvia		Riadkové súčty (u_0)	Konečná spotreba (y_0)	Celková produkcia (x_0)
		Odvetvia výroby	Odvetvia výroby			
		Poľnohospodárstvo	Priemysel			
Odvetvia výroby	Poľnohospodárstvo	11	25	36	5	41
	Priemysel	13	224	237	281	518
Stĺpcové súčty (v_0)		24	249	273	286	-
Pridaná hodnota (z_0)		17	269	286	-	-
Celková produkcia (x_0)		41	518	-	-	559

Z input-output tabuľky vypočítame maticu technických koeficientov vo východiskovom roku zo vzťahu $a_{ij} = \frac{x_{ij}}{x_j}$, ($i, j = 1, 2$):

$$\mathbf{A}_0 = \begin{bmatrix} 0,2683 & 0,0483 \\ 0,3171 & 0,4324 \end{bmatrix}$$

Ďalej sú zadané odhady vektorov prognózovaného obdobia pre obidve odvetvia:

$$\mathbf{x}_t = (53; 643)$$

$$\mathbf{u}_t = (45; 308)$$

$$\mathbf{v}_t = (33; 320)$$

Iteračný postup je takýto:

1. iterácia – obsahuje tieto výpočty:

$$\text{a) } \mathbf{u}_{01} = \mathbf{A}_0 \cdot \mathbf{x}_t = \begin{bmatrix} 0,2683 & 0,0483 \\ 0,3171 & 0,4324 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 53 \\ 643 \end{bmatrix} = (45,2768; 294,8395)$$

$$\text{b) } \hat{\mathbf{U}}_t \cdot \hat{\mathbf{U}}_{01}^{-1} = \begin{bmatrix} 45 & 0 \\ 0 & 308 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{45,2768} & 0 \\ 0 & \frac{1}{294,8395} \end{bmatrix} = (0,9945; 1,0472)$$

$$\text{c) } \mathbf{v}_{01} = \hat{\mathbf{X}}_t \cdot \mathbf{A}_0^T \cdot \hat{\mathbf{U}}_t \cdot \hat{\mathbf{U}}_{01}^{-1} \cdot [\mathbf{1}] = \begin{bmatrix} 53 & 0 \\ 0 & 643 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0,2683 & 0,3171 \\ 0,0483 & 0,4324 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0,9945 & 0 \\ 0 & 1,0472 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \\ = (31,7413; 322,0425)$$

$$\text{d) } \hat{\mathbf{V}}_t \cdot \hat{\mathbf{V}}_{01}^{-1} = \begin{bmatrix} 33 & 0 \\ 0 & 320 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{31,7413} & 0 \\ 0 & \frac{1}{322,0425} \end{bmatrix} = (1,0395; 0,992)$$

Matica technických koeficientov \mathbf{A}_{01} po prvej iterácii má tvar

$$\mathbf{A}_{01} = \hat{\mathbf{U}}_t \cdot \hat{\mathbf{U}}_{01}^{-1} \cdot \mathbf{A}_0 \cdot \hat{\mathbf{V}}_t \cdot \hat{\mathbf{V}}_{01}^{-1} = \begin{bmatrix} 0,9945 & 0 \\ 0 & 1,0472 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0,2683 & 0,0483 \\ 0,3171 & 0,4324 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1,0395 & 0 \\ 0 & 0,992 \end{bmatrix} = \\ = \begin{bmatrix} 0,2773 & 0,0476 \\ 0,3452 & 0,4492 \end{bmatrix}$$

2. iterácia – obsahuje tieto výpočty:

$$a) \mathbf{u}_{02} = \mathbf{A}_{01} \cdot \mathbf{x}_t = \begin{bmatrix} 0,2773 & 0,0476 \\ 0,3452 & 0,4492 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 53 \\ 643 \end{bmatrix} = (45,3037; 307,1312)$$

$$b) \hat{\mathbf{U}}_t \cdot \hat{\mathbf{U}}_{02}^{-1} = (0,9945; 1,0164)$$

$$c) \mathbf{v}_{02} = \hat{\mathbf{X}}_t \cdot \mathbf{A}_{01}^T \cdot \hat{\mathbf{U}}_t \cdot \hat{\mathbf{U}}_{02}^{-1} \cdot [\mathbf{1}] = \begin{bmatrix} 53 & 0 \\ 0 & 643 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,2773 & 0,3452 \\ 0,0476 & 0,4492 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 45 & 0 \\ 0 & 308 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = (33,2118; 324,011)$$

$$d) \hat{\mathbf{V}}_t \cdot \hat{\mathbf{V}}_{02}^{-1} = (0,9933; 0,992)$$

Matica technických koeficientov \mathbf{A}_{02} po druhej iterácii má tvar

$$\mathbf{A}_{02} = \hat{\mathbf{U}}_t \cdot \hat{\mathbf{U}}_{02}^{-1} \cdot \mathbf{A}_{01} \cdot \hat{\mathbf{V}}_t \cdot \hat{\mathbf{V}}_{02}^{-1} = \begin{bmatrix} 0,9945 & 0 \\ 0 & 1,0164 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,2773 & 0,0476 \\ 0,3452 & 0,4492 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0,9933 & 0 \\ 0 & 0,9920 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,2739 & 0,0469 \\ 0,3486 & 0,4529 \end{bmatrix}$$

Hľadanú maticu aktualizovaných technických koeficientov prognózovaného obdobia \mathbf{A}_t nájdeme po ôsmich iteráciách a matica má tvar

$$\mathbf{A}_t = \begin{bmatrix} 0,2756 & 0,0473 \\ 0,3470 & 0,4504 \end{bmatrix}.$$

Poznamenávame, že aplikácia uvedenej metódy v podmienkach SR a ďalšie analýzy a porovnávaní našich výsledkov riešenia s výsledkami riešení iných autorov budú po ukončení výskumného projektu súčasťou ďalšieho pripravovaného článku.

Záver

Využitie metódy RAS v súčasnej aplikovanej ekonómii vychádza z nevyhnutnosti neustále aktualizovať štruktúrne koeficienty. Táto požiadavka je opodstatnená najmä pre makroekonomické modely, ktoré pracujú s input-output maticami. Je známe, že prechod z centrálne plánovaného systému do trhových podmienok si vyžiadala a naďalej si vyžaduje hlbokú reštrukturalizáciu všetkých výrobných odvetví v hospodárstve, spočívajúcu v zložitých inštitucionálnych zmenách, v zmenách technolo-

gických procesov, či v zmenách sektorového prerozdelenia výrobných faktorov, čo neustále ovplyvňuje štruktúrne koeficienty a ich stabilitu.

Metódy odhadu vývoja stability a aktualizácie štruktúrnych koeficientov vrátane metódy RAS dokážu generovať pomerne presné odhady údajov v input-output tabuľkách len vtedy, ak je zabezpečená presnosť kontrolných súčtov. V porovnaní s inými metódami je metóda RAS efektívnejšia a spoľahlivejšia a dokáže reálne znížiť výdavky na časté prieskumy štatistických informácií [12, 17, 19]. Tiež ju možno aplikovať aj na iné typy riešených ekonomických problémov, ktoré nie sú viazané na input-output tabuľky [11, 21].

Niektoré experimentálne štúdie [1, 11, 20] naznačili, že v určitých prípadoch aj veľmi malé zmeny koeficientov a_{ij} môžu viesť k nežiaducim odchýlkam prognóz od skutočného vývoja modelovaného systému. Na presnosť realizovaných výpočtov môžu mať vplyv aj nepatrné zmeny. Tieto zmeny koeficientov priamej spotreby (štruktúrnych koeficientov) sa môžu premietnuť do zmien koeficientov celkovej spotreby a do ďalších nadväzujúcich výpočtov napríklad pomocou vektora konečnej spotreby.

Presnosť RAS metódy je citlivá aj na kreatívne stratégie z input-output analýzy využívané ekonomickými analytikmi pri riešení významných štruktúrnych zmien v ekonomike. Napríklad počiatočná zmena „buniek“ s nulovou hodnotou na veľmi malú nezápornú hodnotu, pri dodržaní celkového riadkového súčtu (známe tiež ako „rozmazanie dát“), môže mať výrazný vplyv na presnosť danej metódy [7, 12]. Podobne tiež rôzne alternatívne špecifikácie metódy odhadov štruktúrnych koeficientov môžu poskytnúť presnejšie výsledky.

Literatúra

- [1] ALLEN, R. I. G.: Some Experiments with the RAS Method of Updating Input-Output Coefficients. In: *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, Vol. 36, Issue 3, 1974, s. 217-228.
- [2] ALLEN, R. I. G. – LECOMBER J. R. C.: *Some Tests on a Generalised Version of RAS*. In: ALLEN, R. I. G. – GOSSLING, W. F. (Eds.): *Estimating and Projecting Input-Output Coefficients*. London: Input-Output Publishing Company, 1975, s. 43-56.
- [3] BACHARACH, M.: *Biproportional Matrices and Input-Output Change*. Cambridge: Cambridge University Press, 1970.
- [4] BREZINSKI, C. – ZAGLIA, M. R.: *Extrapolation Methods: Theory and Practice*. Amsterdam: North-Holland Publishing Co., 1991.
- [5] BULMER-THOMAS, V.: *Input-Output Analysis in Developing Countries*. New York: John Wiley & Sons Ltd, 1982.
- [6] DALKEY, N.: An Elementary Cross Impact Model. In: *Technological Forecasting and Social Change*, Vol. 3, No. 3, 1972, s. 341-351.
- [7] DIETZENBACHER, E. – HOEKSTRA, R.: *The RAS Structural Decomposition Approach*. In: HEWINGS, G. J. D. – SONIS, M. – BOYCE, D. E.: *Trade, Networks and Hierarchies – Modeling Regional and Interregional Economics*. Berlin: Springer, 2002, s. 179-221.
- [8] DOBRESCU, E.: Restatement of the I-O Coefficient Stability Problem. In: *Journal of Economic Structures*, Vol. 2, No. 2, 2013, s. 2-67.

- [9] ENZER, S.: Delphi and Cross-Impact Techniques: An Effective Combination for Systematic Futures Analysis. In: *Futures*, Vol. 3, No. 1, 1971, s. 48-61.
- [10] FECANIN, J. a kol.: *Štruktúrna analýza a rozmiestňovacie modely*. Bratislava – Praha: Alfa – SNTL, 1985.
- [11] FRIEDLANDER, D.: A Technique for Estimating Contingency Tables, Given Marginal Totals and Some Supplementare Data. In: *Journal of the Royal Statistical Society*, Series A, Vol. 124, 1961, s. 412-420.
- [12] GAFTEA, V.: On the Accuracy of RAS Method in an Emergent Economy. In: *The Amfiteatru Economic Journal*, Vol. XIV, No. 32, 2012, s. 502-506.
- [13] GOGA, M.: *Input-output analýza*. Bratislava: IURA EDITION, 2009.
- [14] HENRY, E. W.: Relative Efficiency of RAS versus Least Squares Methods of Updating Input-Output Structures, as Adjudged by Application to Irish Data. In: *Economic and Social Review*, Vol. 4, 1973, s. 487-492.
- [15] LENZEN, M. – GALLEGO, B. – WOOD, R.: A Flexible Approach to Matrix Balancing under Partial Information. In: *Journal of Applied Input-Output Analysis*, Vol.11, Issue 12, 2006, s. 1-24.
- [16] LINDEN, J. A. – DIETZENBACHER, E.: The Determinants of Structural Change in the European Union: A New Application of RAS. In: *Environment and Planning A*, Vol. 32, No. 12, 2000, s. 2205-2229.
- [17] LYNCH, R. G.: *An Assessment of the RAS Method for Updating Input-Tables*. In: SOHN, I. (ed.): *Readings in Input-Output Analysis: Theory and Applications*. New York: Oxford University Press, 1986, s. 271-284.
- [18] MILLER, R. E. – BLAIR, P. D.: *Input-Output Analysis – Foundations and Extensions*. Cambridge: Cambridge University Press, 2009, s. 313-343.
- [19] POLENSKE, K. R.: *Current uses of the RAS Technique: A Critical Review*. In: SIMONOVITS, A. – STEENGE, A. E. (ed.): *Prices, Growth and Cycles*. London: MacMillan, 1997, s. 58-88.
- [20] RAO, M. – TOMMASINO, M. C.: *Updating Technical Coefficients of an Input-Output Matrix with RAS – the trIOBAL Software*. Roma: ENEA, RT/2014/5/ENEA.
- [21] SEAMAN, R. S.: Some Real Data Tests of the Interpolation Accuracy of Bratseth's Successive Correction Method. In: *Tellus A*, Vol. 40A, Issue 2, 1988, s. 173-176.
- [22] SIDI, A.: *Practical Extrapolation Methods*. Cambridge: Cambridge University Press, 2003.
- [23] SNOWER, D. J.: New Methods of Updating Input-Output Matrices. In: *Economic System Research*, Vol. 2, No. 1, 1990, s. 27-38.
- [24] STONE, R. – BATES, J. – BACHARACH, M.: *Input-Output Relationships 1954 – 1966*. In: *A Programme for Growth*, No. 3, London: Cambridge and Chapman and Hall, 1963.
- [25] ŠIMKOVIČ, J.: *Analýza medziodvetvových vzťahov a štruktúrne modely*. Bratislava: Alfa, 1974.
- [26] TOH, M.-H.: The RAS Approach to Updating Input-Output Matrices: An Instrumental Variables Interpretation and Analysis of Structural Change. In: *Economic Systems Research*, Vol. 10, 1998, s. 63-78.