

Ladislav Andrášik

## PODOBY SPRÁVANIA BIOLOGICKO-EKOLOGICKÝCH A SPOLOČENSKO-EKONOMICKÝCH SYSTÉMOV<sup>1</sup>

**Abstrakt:** *In transforming economies, there exist various forms of human behaviour and organisational behaviour in contrast with valid norms. In literature, we encounter with various concepts used to designate these activities. All of them could be put under a general concepts of illegal forms economic behaviour or possible the collocation of “grey economy”. However, the subject of the present essay is not specific forms of these processes in objective reality but investigating the aspects of their operation on an overall dynamics of the virtual socio-economic system. The author’s starting-point here is that processes in socio-economic reality are very similar to bio-ecological processes in nature. In economics, these ecology-wise models had a predecessor in the duopoly of the French economist A. A. Cournot, constructed almost a hundred years earlier than the famous ecological Lotka – Volterra model. In the real-life socio-economic economy, there exist several pairs of either individuals, groups or also institutions; behaviour between them is similar to that in the mathematical formalism of Lotka and Volterra. The dissemination of ICT and in particular, that of computational intelligence was made possible due to completely new possibilities of investigating dynamic processes of that type. The focus of the exposition in the present paper is the application of these methods. The author uses Excel and iDMC software to make his exposition understandable to a wider professional public.*

**Keywords:** *discreet dynamics, experimenting in virtual laboratory, qualitative behaviour and simulation, succession, structural dynamics and stability, theorization on the basis of qualitative simulation (and/or – kind of experimenting).*

**JEL:** C 02, C 31, C 38, C 62, C 88, C 92, P 16, P 27, P 37, P 51

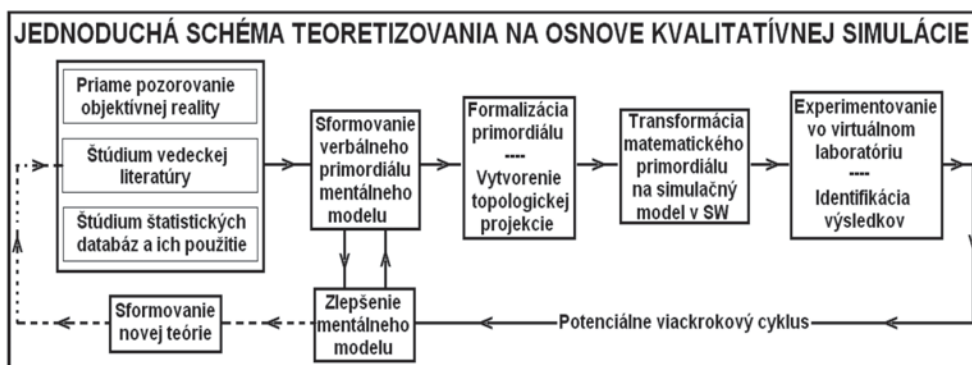
### Úvod

Metodológia, ako aj konkrétne postupy, metódy a nástroje používané v spoločenských a kognitívnych vedách vplyvom zdokonaľovania a širokej dostupnosti IKT, vďaka pokroku v programovaní počítačov a najmä výsledkom dosiahnutým v teore-

<sup>1</sup> Autor použil v tomto článku niektoré výsledky, ktoré dosiahol vo výskume podporovanom grantom VEGA 1/0889/13.

tickej aj aplikačnej oblasti počítačnej inteligencie prechádzajú zaujímavým, a zdá sa, že aj dôležitým vývojom. V kontexte tohto vývoja možno s určitým oprávnením hovoriť o takom zdokonaľovaní, ktoré by sa mohlo nazvať aj novou *paradigmou*, resp. novým *vedeckým programom* v spomenutej triede vied. Význam tejto zmeny vystúpi do popredia najmä v súvislosti s nemožnosťou (na rozdiel od prírodných a technických vied) priameho experimentovania so skúmanými objektmi, resp. predmetmi vedeckého teoretizovania. Jednou z možných foriem využívania týchto nových vymožeností informačnej a komunikačnej technológie (IKT), matematickej a aplikovanej informatiky (AI), najmä počítačnej inteligencie (CI), je teoretizovanie na osnove kvalitatívnej simulácie, resp. kvalitatívneho experimentovania vo virtuálnej realite (resp. v konkrétnych virtuálnych laboratóriách). Schéma č. 1 ukazuje zrejme najjednoduchší možný prístup k uchopeniu tejto problematiky či už výskumníkom, alebo univerzitným študentom. Pokiaľ ide o obsah pojmu „vedecká literatúra“, máme na mysli nielen vecne príslušný vedný odbor, v ktorom sa skúma, ale aj vhodná matematická a aplikovaná informatika, resp. CI literatúra.

Schéma č. 1



V príspevku vychádzame z toho, čo je napokon zistiteľné aj priamym pozorovaním či už v prírode, napr. v biologicko-ekologických procesoch, ale aj v spoločensko-ekonomických procesoch, že totiž paralely medzi nimi sú neobyčajne blízke. Tieto procesy sa viditeľne vyznačujú tým, že prebiehajú v krokoch tak v čase, ako aj pokiaľ ide o entity, ktoré takto fungujú vo veľkej miere, v *deterministickom režime*. To je však veľmi podobné *iteračným procesom* vo formálnej *systémovej dynamike*, resp. v matematickom odbore topológie. V danom kontexte by sa mohlo zdať, že v dôsledku toho je najvhodnejším prístupom k analýze použitie *diferenčných rovníc*. Je to však len čiastočné riešenie, a to z toho dôvodu, že sústava diferenčných rovníc opisuje len jednu jedinečnú trajektóriu evolúcie, t. j. z jediného autentického začiatočného bodu a tak vlastne neumožňuje zistiť čo bolo predtým, teda ako sme sa dostali do začiatočného bodu. Aby sa to dalo zistiť, treba zahrnúť do analýzy všetky začiatočné body skúmaného priestoru premenných, či už 2D, 3D alebo aj nD. Ak zvolíme

tento priestor napr. pre 2D sústavu v podobe, ako je štvorec alebo obdĺžnik, ktorého plocha je  $x \times y$ , potom musíme uznať, že túto plochu reprezentuje nekonečne hustá množina začiatočných bodov, pričom každý z týchto bodov, resp. určitá podmnožina bodov z množiny  $x \times y$  môže generovať trajektóriu s veľmi odlišnými kvalitatívnymi znakmi. Takže niet iného východiska, než zahrnúť túto spojitú množinu bodov patriacich do plochy  $x \times y$  do matematického formalizmu, čím sa 2D sústava stáva topologickou projekciou. Ale ani to nemusí odstrániť všetky ťažkosti, pretože nie všetky projekcie, ktoré prichádzajú do úvahy pri skúmaní predmetnej entity, sú invertibilné, nanešťastie viaceré sú práveže neinvertibilné, takže pre zisťovanie aspoň niektorých ich vlastností sú potrebné matematické zručnosti, ktoré bežne nie sú vo výbave spoločensko-ekonomického vedca. Našťastie práve existencia a najmä zručné využívanie vymožeností IKT, AI a CI výdatne pomáha pri prekonávaní týchto komplikácií a prekážok.

Vo výklade vychádzame vo zvolenom predmetnom okruhu skúmania z evidentnej skutočnosti, že neúmerne či nadmerné rozšírenie procesov nelegálneho podnikania<sup>2</sup>, ktoré tak značne poškodzuje podniky, ale aj štátny rozpočet v ostatných dvadsiatich rokoch má jasný priamy i nepriamy dosah na dynamiku národného hospodárstva a celej spoločnosti. V nasledujúcich odsekoch ukazujeme a zdôrazňujeme, že predmetná komplexná problematika sa dá skúmať prinajmenšom dvoma spôsobmi: 1. kvantitatívnou analýzou dát, teda empiricko-štatistickými metódami, a 2. kvalitatívnou analýzou správania na fenomenologickej úrovni, ktorá sa opiera o kvalitatívne simulácie abstraktných mentálnych modelov ako paralelnej, resp. virtuálnej reality, vykonávaných v PC laboratóriách skonštruovaných na daný účel, pričom – ako sme sa už skôr zmienili – preferujeme kvalitatívny prístup. V našej analýze okrem toho dominuje pozitívny (ako aj fenomenologický) poznávací prístup metódou zhora nadol s využitím kvalitatívneho vyhodnocovania výsledkov experimentovania s mentálnymi modelmi vo virtuálnych laboratóriách.

V prvej sekcii príspevku vysvetľujeme všeobecné súvislosti a metodologické aspekty skúmania 2D dynamických modelov v spoločensko-ekonomickej oblasti. Ďalej vysvetľujeme konkrétne dve kľúčové ekologické interakcie, negatívne ovplyvňujúce sociálno-ekonomickú dynamiku, a to: vykrádanie zvnútra organizácie, kam patrí aj tzv. *tunelovanie* (druhá sekcia) a vynútená „ochrana“, známe aj ako *výpalníctvo* (tretia sekcia). Štvrtá sekcia sa zameriava na širšie súvislosti ekologických interakcií v sociálno-ekonomickej dynamike, a to jednak v 2D dynamických systémoch, ale je tam demonštrácia aj 3D systému a špecifický model vnútro-druhovej konkurencie v podobe „požierania“ nevyvinutých alebo slabých jedincov. Tento model pripomína ekologický model *kanibalizmu*. V príspevku sa na kvalitatívnu simuláciu využíva predovšetkým Excel, a to kvôli čitateľom, o ktorých si myslíme, že sú na tento tabuľkový procesor zvyknutí a majú s ním skúsenosti, takže si môžu niektoré príklady aj sami odskúšať. Druhý softvér, ktorý domi-

<sup>2</sup> Pre niektoré typické formy nelegálnych procesov sa najmä v prvom desaťročí po udalostiach na prelome osemdesiatych a deväťdesiatych rokov v ľudovej slovesnosti ujali názvy tunelovanie a vypalovanie, resp. výpalníctvo.

nantne používame na demonštrácie možností skúmania, je iDMC, o ktorom zase predpokladáme, že si ho zainteresovaní čitatelia stiahnu z internetu, keďže je bezplatný a môže vykonať veľmi dobré služby aj pri iných modeloch. V niektorých jedinečných prípadoch používame aj ponuky Wolfram Mathematica, najmä vtedy, keď potrebujeme vykresliť trajektóriu v 3D priestore. Príspevok obsahuje veľké množstvo snímok výstupov zo simulácií, ktoré však, žiaľ, sú naozaj len zmeravené odrazy prebiehajúcej evolúcie zachytené v danom kroku času. Nemôžu teda poskytnúť rovnocenný dojem ako pri priamom pozorovaní simulačného behu, ktorý sa navyše môže napr. v iDMC nastaviť na širokú škálu rýchlostí vykresľovania trajektórií alebo bifurkačných portrétov.

## 1 Ekologické vzťahy a ich multiplikačné koeficienty: ekonomický význam a vplyv na dynamiku rozvoja

V príspevku, ako sme už skôr naznačili, vychádzame z predpokladu, že mentálny model hospodárstva je *komplexná evolučno-adaptívna entita*. Takto má ako deskripcia *živého organizmu* všetky jeho podstatné znaky a správa sa teda ako keby bol naozaj *biologicko-ekologický a sociálny systém*. Hlavným dôkazom toho je aj minulé dvadsaťročná realita, ktorá ukázala, že evolúciu hospodárstva ovládajú typické *ekologické koeficienty* (multiplikátory) prítomné tak v biologicko-ekologických, ako aj v sociálnych súvislostiach: ide, presnejšie myslené, o celostné multiplikačné koeficienty, prítomné vo vzťahoch typu konkurencie, kooperácie, resp. kolaborácie, symbiózy – komensalizmu alebo o koeficient parazitizmu (resp. oveľa častejšie parazitoizmu) či ekologického vzťahu dravec-korist'. Okrem týchto celostných multiplikátorov sú súčasťou takýchto procesov aj koeficienty pôsobiace ako aditívne, resp. aj multiplikačné regulátory pôsobiace na premenné entity. Prirodzene, v hospodárstve pôsobia aj a predovšetkým sociálne a psychologické koeficienty, ale tie nie sú predmetom tohto príspevku, pretože najprv treba vysvetliť základné otázky týkajúce sa prítomnosti prípadných a lá ekologických vzťahov v spoločenskom hospodárstve. Ich analýza môže byť predmetom ďalšej a určite širšej štúdie než je časopisecká stať. Najbežnejšími a najviditeľnejšími ekologickými vzťahmi, s ktorými sa často stretávame po politických a hospodárskych prevratoch v bývalých krajinách sovietskeho impéria a ich satelitov, sú rôzne formy vnútorného vykrádania aj v podobe *tunelovania* ako obdoby *parazitoizmu*, resp. v miernejšej podobe *parazitizmu*, a vynútená „ochrana“ formou tzv. *výpalníctva* ako obdoby ekologického vzťahu dravec-korist'. Na prvý pohľad síce nie je zjavné, že *výpalníctvo* je menej nebezpečná forma vzťahu ako *tunelovanie*, ale fakt, že reprezentanti týchto spôsobov správania sú infiltrovaní vnútri organizmov okrem priamych škôd na novovytváranej hodnote ničia aj v minulosti vytvárané hodnoty a rozkladajú aj riadiaci systém organizmu, pozitívne stereotypy správania a ničia medziľudské vzťahy, t. j. spôsobujú aj psychologické ujmy. To je naozaj veľmi podobné parazitoizmu v prírode, ktorý sa veľmi často objavuje v populáciách hmyzu. Napríklad samička lumčika po prepichnutí kože húsenice uloží tam

jedno vajíčko. Tú istú húsenicu môže napadnúť aj viacero samičiek. O to skôr húsenicu zvnútra vyžerú, a tým aj usmrčia. Takáto húsenica už nemôže byť účastníkom vnútrodruhového konkurenčného boja, teda zníži počet jedincov vstupujúcich do generačného kultivačného procesu. Podobne aj podnik, či už súkromný, ale ešte častejšie štátny, resp. rozpočtové položky štátneho rozpočtu môžu napadnúť viacerí škodcovia nezávisle od seba. Takže na rozdiel od bájneho Trójskeho koňa, keď bojovníci skrytí v drevenom monštre po vpustení za hradby Tróje sa odhalili a bojovali v obvyklej forme, škodca v podniku, alebo – čo je horšie – v daktorom rezortnom ministerstve alebo inom štátnom či regionálnom útvere, úrade a podobne pôsobí v hlbokom utajení. Nepozorovane devastuje nielen daný podnik, či rozpočtovú položku, ale intenzívne prispieva k rozkladu štátneho zriadenia a vlastne celej spoločnosti. Na rozdiel od tunelára výpalník napadá podnik zvonka a tak je nepriamo zainteresovaný na tom, aby podnik, ktorý okráda, prosperoval čo najlepšie. Súvisí to zrejme aj s tým, že škodca poskytuje aj istý recipročný prínos v podobe funkčnej ochrany. Takže tu vlastne nejde o konvenčný vzťah dravec verzus korisť, ale spojený je s miernym prídavkom symbiôzy, t. j. *kooperácie*. V kontexte s názvom tohto odseku, ako aj s celkovým zameraním príspevku treba predoslať, že dôsledkami nelegálnych procesov nie sú len kvantitatívne vykázateľné straty, ale – a najmä – kvalitatívne zmeny zásadne vplývajúce na celkový a dlhodobější charakter evolúcie spoločnosti. Tieto kvalitatívne degeneratívne zmeny môžu mať rozličný tvar a v tomto príspevku sa budeme nimi zaoberať prednostne. Keďže najškodlivejším ekologickým vzťahom je vykrádanie zvnútra, t. j. obdoba ekologického vzťahu parazitoizmu, začneme analýzu práve ním. Pretože predmetná problematika má charakter komplexnosti, využívame na získavanie poznatkov o jej správaní prostriedky a metódy podporované súčasnými IKT a produktmi a službami počítačovej inteligencie. Tento prístup k predmetnej problematike sme všeobecne nazvali kvalitatívnou simuláciou. Konkrétna kvalitatívna simulácia, ktorú používame v príspevku, sa zameriava najmä na získavanie diskretných kvalitatívnych javov, udalostí a informácií, ktoré sa vynárajú v priebehu iteračných procesov uskutočňovaných vo virtuálnych laboratóriách. Typickými príkladmi kvalitatívnych udalostí sú bifurkácie a prostredníctvom nich sa vynárajúce kvalitatívne entity, fázové premeny, zmeny štruktúrnej stability a podobne. Kvalitatívne entity, ktoré sa vynárajú v chode iteračného procesu, sú užitočné v tom, že môžu odhaliť potenciálnu kvalitatívnu zmenu v správaní analyzovaného virtuálneho objektu<sup>3</sup>, napríklad stratu štruktúrnej stability.

<sup>3</sup> Virtuálny objekt je sformalizovaný mentálny model (obvykle topologická projekcia, či mapa) imputovaný do programovacieho jazyka, zvoleného pre konštrukciu virtuálneho laboratória pomocou zvoleného softvéru. Napríklad v softvéri iDMC je to jazyk LUA, ktorý pracuje pod Javou. V zmysle informačnej vedy môžeme takú kreatúru nazvať aj softbotom, totiž softvérovou kreatúrou, ktorá vykonáva určité činnosti namiesto človeka.

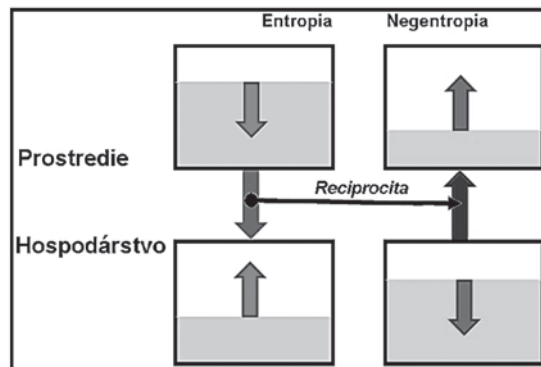
## 2 Modelovanie a virtuálne experimenty s mentálnym modelom vnútorného vykrádania: paralela s parazitoizmom

Ak sa pozrieme na proces parazitoizmu v abstraktnom podobenstve, tak druh *homo sapiens sapiens* je vrcholovým parazitoidom celého živého sveta, ktorý najúspešnejšie „vykráda“ svoje prostredie. Myslíme tým proces, v ktorom si tento druh prisvojuje hmotu, energiu, priestor, informáciu a čas z okolitého priestoru. V termodynamickom zmysle ide predovšetkým o čerpanie negentropie (syntropie) z priestoru a vypudzovanie entropie do priestoru. Takýto proces znázorňuje schéma č. 2. Aby sme mohli experimentovať s mentálnym modelom parazitoizmu, musíme ho najprv sformalizovať do matematickej podoby. Keďže ide o diskrétny dynamický proces komplexného typu, musíme mu dať nasledujúcu podobu topologickej projekcie

$$P: \begin{cases} V' = \frac{\lambda V}{1 + kVe^{-bP}} e^{-bP} \\ T' = \mu V(1 - e^{-bT}) \end{cases}, \text{ pričom } V_0, T_0 \geq 0. \quad (1)$$

Schéma č. 2

Termodynamická metafora

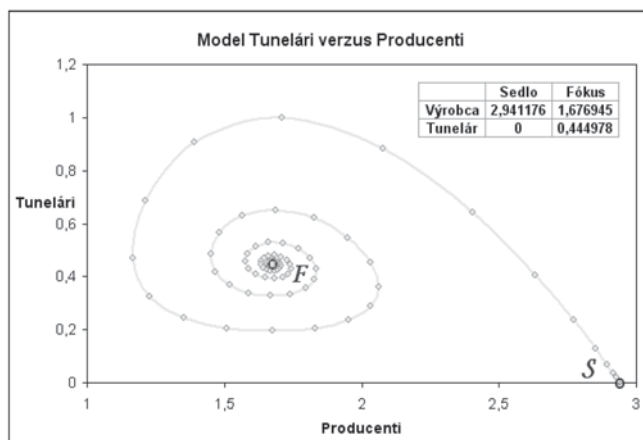


V projekcii (1) parameter  $\lambda$  (multiplikátor) označuje ekologickú intenzitu výrobcov a parameter  $\mu$  obdobne ekologickú intenzitu tunelárov, parameter  $k$  je výdatnosť zdrojov pre výrobcov a parameter  $b$  označuje efektivitu tunelárov (t. j. schopnosť infiltrovať sa), a tak čerpať rôznu časť produkcie. Na zviditeľnenie je výhodné položiť hodnotu jedného z ekologických multiplikátorov rovnú jednotke. My sme si za jednotkový multiplikátor zvolili  $\mu$ . Keď je teraz multiplikátor  $\lambda < 1$ , aj intuitívne je zrejmé, že fixný bod musí byť v bode  $O$  karteziánskej sústavy, t. j.  $E_0 = (0; 0)$ . Menej priehľadná je situácia, keď je  $\lambda > 1$ , ale analyticky predsa len vieme zistiť, že existuje aj druhý fixný bod  $E_1 = S_1 = ((\lambda - 1)/k; 0)$ .

Zlomok na pravej strane rovnosti (prvá súradnica bodu  $E1$ ) určuje polohu sedlového bodu  $S$ , na horizontálnej súradnicovej osi. Túto množinu bodov možno vyjadriť všeobecne symbolom  $V^{SI}$ . Na snímke obr. č. 1 je výsledok simulácie dosiahnutý modelovaním a simuláciou v tabuľkovom procesore Excel. Zviditeľňuje jeden z mnohých možných prípadov evolúcie od nulového, resp. takmer nulového stavu populácie parazitoidov, resp. tunelárov<sup>4</sup>, t. j. evolúcia

Obr. č. 1

Kvalitatívna udalosť sedlo-atraktívny fókus

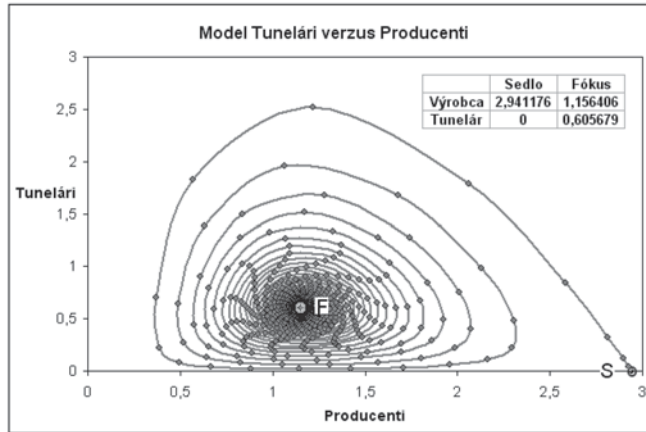


začína z blízkosti sedla  $S$ . Samozrejme, situácia na uvedenej snímke je veľmi prehnaná, ale parametre boli zámerne zvolené tak, aby bol účinok tunelovania celkom zreteľný. Považujeme opätovne za dôležité zdôrazniť, že v príspevku nám nejde o reálnymi dátami podloženú analýzu, ale o poukázanie na existenciu abstraktných kvalitatívne možných potencií vytvárať rozličné kvalitatívne útvary a udalosti v spoločensko-ekonomickom správaní určitých druhov komunit, vyčleňujúcich sa z priemernej spoločnosti. Takáto virtuálna spoločnosť a jej prípadné lokálne komunity sú použiteľné ako mentálne paralelné modely pri uvažovaní o paralelách v správaní spoločnosti a jej komunit v objektívnej historickej realite. Ide vlastne o také postupy, ktorých hlavným prínosom by mala byť kultivácia imaginácie odborného, či vedeckého pozorovateľa predmetných procesov. Na snímke obr. č. 2 v dôsledku inej hodnoty parametrov sa evolúcia k atraktívnemu fókusu veľmi predĺžila.

<sup>4</sup> V kontexte objektívnej historickej reality, t. j. pred rokom 1990, tunelovanie bolo takmer nemožné, pretože občan mohol mať len osobné vlastníctvo. V tejto situácii, keďže nemohol vlastníť kapitál, mohol byť len zlodejom alebo defraudantom v bežnom zmysle slova a navyše s hrozbou veľmi prísneho trestnoprávneho postihu. Napríklad sadzba za trestný čin vytvorenia manka v maloobchodnej predajni bola zhruba na úrovni vtedajšej priemernej mzdy.

Obr. č. 2

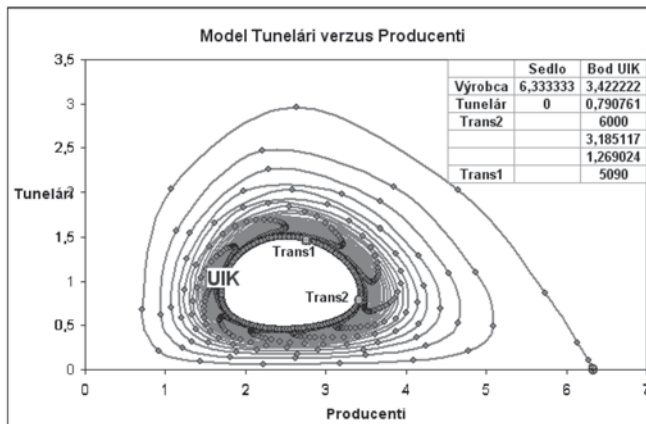
Kvalitatívna udalosť sedlo-atraktívny fókus: veľmi dlhý horizont evolúcie



Stabilná rovnováha, ktorá sa takto dosiahla, je popritom na podstatne nižšej úrovni pre producentov a o niečo vyššej u parazitoidov, resp. tunelárov. Na porovnanie snímka obr. č. 3 ukazuje, že sa smer otáčania z ľavotočivého obrátil na pravotočivý smer, pričom po zmene smeru sa kroky (vzdialenosť v nasledovnej lokalizácii stavového bodu iterácií) skracujú. Aby sme to zviditeľnili, zvolili sme bod v kroku 5090 (Trans 1) a v kroku 6000 (Trans 2), čím sme ohraničili desaťkrokový oblúk na uzavretej invariantnej krivke. Tento experiment sme urobili tak, že sme začali z veľmi tesného susedstva sedlového bodu *S*.

Obr. č. 3

Emergencia uzavretej invariantnej krivky



Nasledujúci experiment začína z východiskového bodu so súradnicami  $V=3.515$  a  $T=0.895$  vo vnútornej ploche UIK. Aj intuitívne je zrejmé, že tento bod musí byť vo veľmi tesnom susedstve repulzívneho fókusu *F*. Z vyššie uvedeného možno odvodiť, že  $S_j$  je lokálne asymptoticky stabilné iba ak platí  $\mu b(\lambda - 1)/k < \mu bV^{SI}$ . Možno tiež



ukázať, že projekcia (1) nemá žiadny vnútorný *ustálený stav*, ak  $\mu b V S I < 1$ . Okrem toho aj analyticky možno prísť k záveru, že ak naopak má existovať vnútorný ustálený stav ( $V^*$ ,  $T^*$ ), parameter (ekologický multiplikátor) sa musí rovnať pre hodnoty  $T > 0$  nasledujúcej pravej strane rovnosti

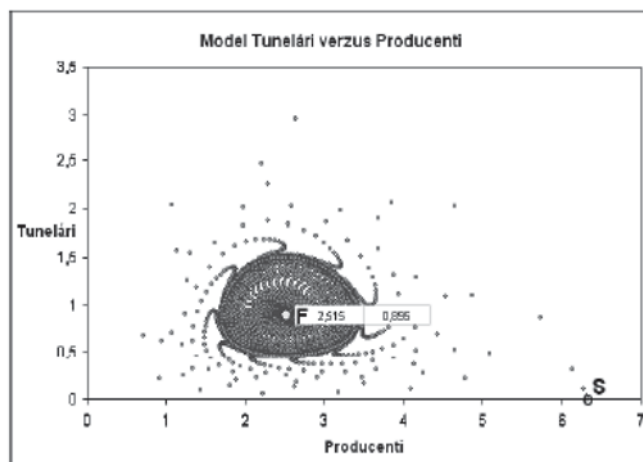
$$\lambda = e^{bT} + k \left\{ \frac{T}{\mu(1 - e^{-bT})} \right\} \quad (2)$$

To, či má rovnosť (2) kladné riešenie, t. j. či existuje hodnota  $T^*$  v prvom kvadrante, už zistiť nie je celkom jednoduché, ale analytické riešenie existuje, a to vtedy a len vtedy, ak platí nerovnosť

$$\lambda > \frac{\mu b + k}{\mu b} \quad (2)$$

Obr. č. 4

Demonštrácia, že fókus F je repelentný



Viacere vlastnosti projekcie (1) sa však dajú analyticky zistiť len so špecifickými matematickými postupmi a niektoré ani tak, a keď, potom pre menej zručného matematika dôkazy čistej matematiky nie sú primerane názorné. Tieto ťažkosti sa dajú v určitej miere obísť experimentovaním vo virtuálnych laboratóriách vytvorených pomocou vhodného softvéru. Niektoré vlastnosti sa dajú získať dokonca aj v tabuľkovom procesore Excel, čo sme pre názornosť už skôr aj predviedli. Niektoré náročnejšie úlohy sa však v Exceli riešia ťažšie, resp. prácnejšie, a preto je výhodné použiť iné softvéry. Nasledujúce experimenty sme urobili vo virtuálnom laboratóriu, ktoré sme skonštruovali v prostredí iDMC.

## 2.1 Experimentovanie vo virtuálnom laboratóriu skonštruovanom v iDMC

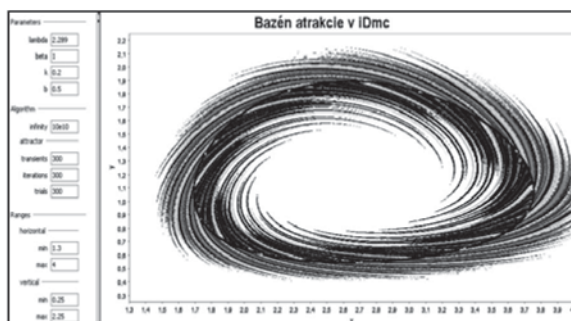
Ako sme spomenuli už skôr, niektoré softvéry sú veľmi ústretové voči používateľom, ktorí potrebujú vytvárať simulačné experimentálne laboratória vo virtuálnej realite. Medzi také veľmi efektívne aj efektné softvéry patrí iDMC. Identický mentálny model pretransformovaný na topologickú projekciu sme vložili do jazyka LUA v Jave. Takéto laboratórium má nasledujúci obsah:

```
--@@@
name = „Tunelári s Jakobiánom“
description = „Pozri text Andrášik ...“
type = „D“
parameters = {„lambda“, „beta“, „k“, „b“}
variables = {„x“, „y“}
function f(lambda, beta, k, b, x, y)
x1 = (lambda*x*math.exp(-b*y))/(1+k*x*math.exp(-b*y))
y1 = beta*x*(1 - math.exp(-b*y))
return x1, y1
end
function Jf(lambda, beta, k, b, x, y)
return
lambda*math.exp(-b*y)/((1+k*x*math.exp(-
b*y))^2), lambda*b*x*math.exp(-b*y)/((1+k*x*math.exp(-
b*y))^2),
beta*(1-math.exp(-b*y)), beta*b*x*math.exp(-b*y)
end
```

Na získanie potrebných výstupov z experimentov sme použili rutiny iDMC, umožňujúce hlbšie nahliadnuť do komplexity procesov, ktoré sa dejú, keď plynie evolúcia, t. j. v laboratóriu beží iteračný proces. Na snímke obr. č. 5 je situácia, ktorá vznikla tak, že sa simulácie spúšťali takmer zo všetkých bodov obdĺžnika  $x \times y$ . Takto vznikol *bazén atrakcie*, čo je jednak pomenovanie tohto algoritmu (resp. rutiny), ale zároveň sú tu vykreslené bazény, t. j. oblasti, v ktorých, keď sa tam umiestni začiatok iteračného procesu, stavový bod je nevyhnutne pritiahnutý na UIK a tam už obieha počas všetkých zostávajúcich iteračných krokov.

Obr. č. 5

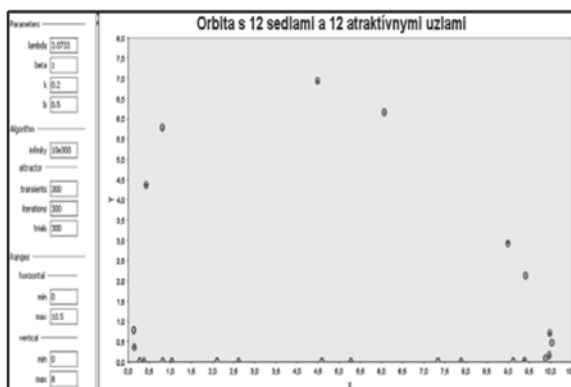
## UIK atrahuje zvnútra aj zvonku



Na snímke obr. č. 6 je výsledok, ktorý sme dosiahli použitím rutiny *Cyklus*. Získali sme takto umiestnenie pevných bodov (stavový bod neobieha UIK, ale poskakuje po atraktívnych uzloch). Ak začiatok iteračného procesu nie je práve v mieste jedného z dvanástich atraktívnych uzlov a ani v jednom z dvanástich sediel, potom proces musí krokmi iterácií dosadnúť najprv na niektorý zo sedlových bodov, odtiaľ potom už v zrýchlenom procese po oblúku orbity dosiahne prvý (k sedlu priľahlý) uzol a ďalej už potom systém rotuje preskakovaním z jedného uzla na druhý.

Obr. č. 6

## Emergencia špeciálneho prípadu orbita nahradila UIK

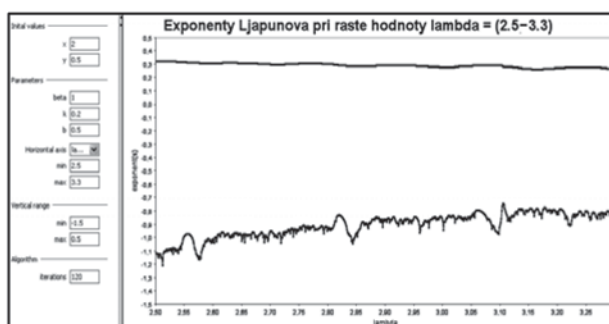


V tomto procese je dôležité aj to, koľko atraktívnych uzlov nasledujúcich v smere otáčania stavový bod vynechá. V zložitejších situáciách sa nemusí objaviť len jedna orbita, ale môže ich byť aj viac. V tom prípade pre presnejšiu charakteristiku situácie sa môže použiť vyjadrenie s použitím tzv. *rotačného čísla*, t. j. zlomku, v čitateli ktorého je počet orbit a v menovateli počet periodických bodov. V prípade, že meníme pomer medzi dvoma riadiacimi parametrami súbežne, dostaneme taký *bifurkačný portrét*, v ktorom sa môžu zrodíť tzv. *Arnol'dove jazyky* (pomenované podľa ruského matematika Igora Arnol'da). Vnútorý priestor jazyka ukazuje počet perio-

dických bodov a hraničná čiara je množinou bodov, na ktorých sa uskutočňujú *Neimarkove-Sackerove bifurkácie*. Inými slovami, *N-S bifurkácie* oddeľujú orbity a periodické body zvnútra *A-jazyka* od UIK z oblastí mimo *A-jazykov*. Kvôli presnosti však treba poznamenať, že situácia v obdĺžniku *parameter i* × *parameter j* je zložitejšia, ale touto matematickou špecialitou sa v príspevku nemôžeme zaoberať podrobnejšie, stačí aspoň vedieť, že niečo také sa vyskytuje. Arnol'dove jazyky predstavíme až v odseku o parazitoch, resp. tzv. výpalníkoch. Na snímke obr. č. 7 sú vykreslené priebehy *exponentov Ljapunova (EL)*, podľa ktorých môžeme zistiť vlastnosti stability v každom kroku menovitého iteračného procesu.

Obr. č. 7

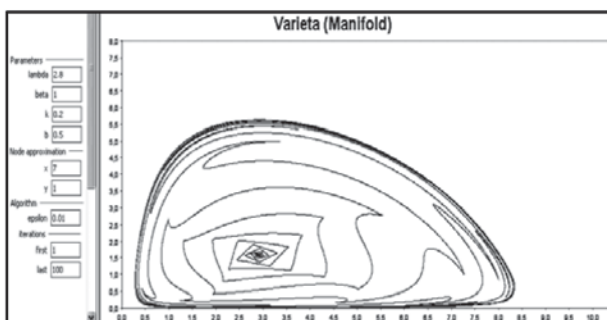
Graf exponentov Ljapunova



Záporná hodnota *EL* v danom bode poukazuje na stabilitu skúmanej entity v danom bode. Veľmi dobrú informáciu o charaktere správania skúmaného dynamického systému získame použitím rutiny *iDMC*, pomocou ktorého vykreslíme graf *Variety* (resp. *Manifoldu*). Na snímke obr. č. 8 vidíme situáciu, keď sa stavový bod postupne primotáva k uzavretej invariantnej krivke.

Obr. č. 8

Graf Variety (Manifoldu)

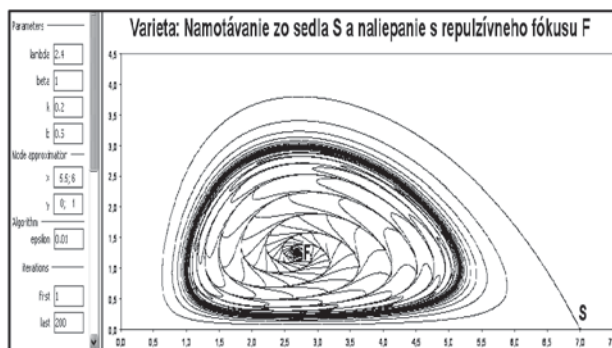


Pri vykresľovaní *Variety* je veľmi dôležité zadanie bodu, z ktorého sa hľadá *Varieta* (zadáva sa v okienku *Node approximation*). Pri vhodnej voľbe týchto súradníc sa vykreslí úplná *Varieta*, teda tak zo sedlového bodu, ako aj z nestabilného fókusy,

ako je to na snímke obr. č. 9. Ak chceme zistiť oblasti, v ktorých je stavový bod priťahovaný alebo odpudzovaný, t. j. zistiť hranicu medzi Atrakciou a Repelenciou, môžeme na to úspešne použiť rutinu iDMC Absorbing area, v ktorom sa vykresľujú tzv. kritické čiary či krivky LC (Ligne Critique<sup>5</sup>). Vidieť to na snímke obr. č. 10. V tejto rutine sa dá ručným klikaním „vybodkovať“ aj atraktor (resp. atraktory).

Obr. č. 9

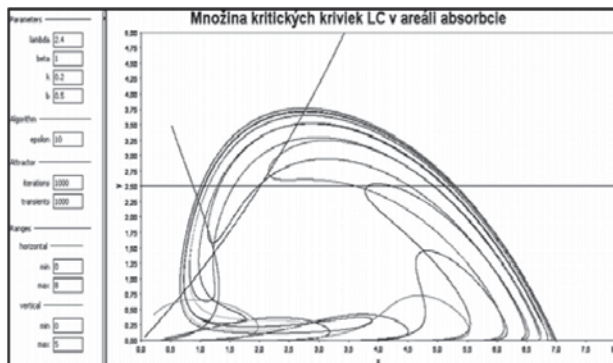
## Úplná Varieta



Kvalitatívne zmeny správania v mentálnom modeli *Tunelári verus Producenti*, resp. kvalitatívne udalosti vynárajúce sa v priebehu iteračného procesu, sú výsledkom takých perturbácií hodnôt riadiacich parametrov, resp. aj jediného parametra, že to vedie k strate topologickej identity predchádzajúceho kvalitatívneho tvaru a tým aj k strate štruktúrnej stability.

Obr. č. 10

## Aproximácia hraníc medzi atraktívnym a repelentným areálom



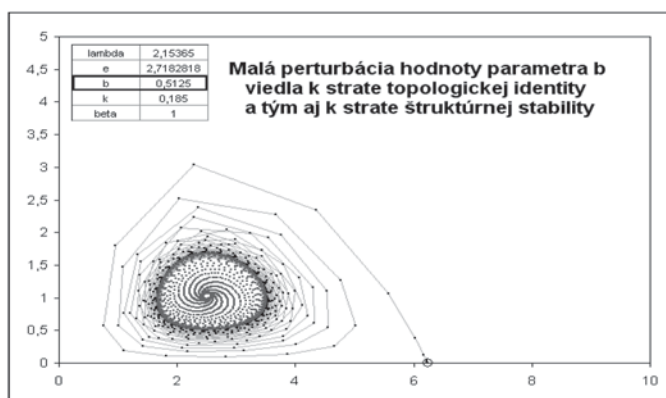
Nový kvalitatívny tvar, ak sa vynorí, získava štruktúrnú stabilitu, ktorú si udrží, ak prípadné ďalšie perturbácie nie sú také veľké, aby spôsobili stratu tejto novej topologickej identity. Vyšli sme zasa v ústrety čitateľom, ktorí si nemôžu problematiku preveriť na takých softvéroch, ako je STELLA, Vensim, Matlab, či iDMC, E&F Chaos.

<sup>5</sup> Konceptiu LC zaviedli francúzski matematici J. C. Cathala [8] a C. Mira [15]. Menovite C. Mira asi ako prvý ešte v roku 1964. Problematiku zrozumiteľne vysvetľuje J. Cathala napr. v [8].

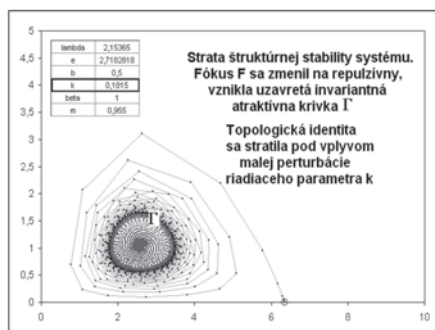
## 2.2 Demonštrácie straty štruktúrnej stability malými perturbáciami hodnôt riadiacich parametrov $k$ a $b$ pomocou Excelu

Predmetný model sa vyznačuje tým, že v ňom pri vyšších hodnotách riadiacich parametrov dominuje útvar UIK, resp. orbita s fixnými lokalitami bodov a pri malých hodnotách útvar uzol alebo fókus. Pri prekročení istej hranice v hodnote daktorého parametra fókus stratí stabilitu, a stane sa repelentným. Vytvorí sa atraktívna UIK. Vo veľmi zriedkavom prípade (týka sa to menovite tohto modelu) sa namiesto UIK utvorí orbita so stabilne umiestnenými uzlami. Takú situáciu predstavuje snímka na obr. č. 13 a ešte názornejšie obr. č. 16. Táto snímka však bola vytvorená v laboratóriu iDMC. Pre názornosť smerov priťahovania od sediel k uzlom sme umiestnili na trajektórie šípky. Na lepšiu ilustráciu kvalitatívnej dynamiky predmetného modelu sme zaradili do výkladu niektoré výsledky z experimentov, ktoré sme dosiahli rutínami v iDMC.

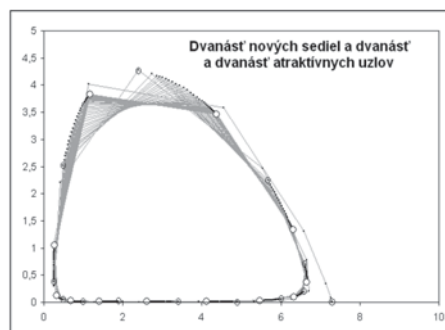
Obr. č. 11

Príklad kvalitatívnej zmeny: perturbácia parametra  $b$ 

Obr. č. 12 a č. 13

Prípad: Perturbácia parametra  $k$ 

Emergencia výnimočného prípadu v modeli

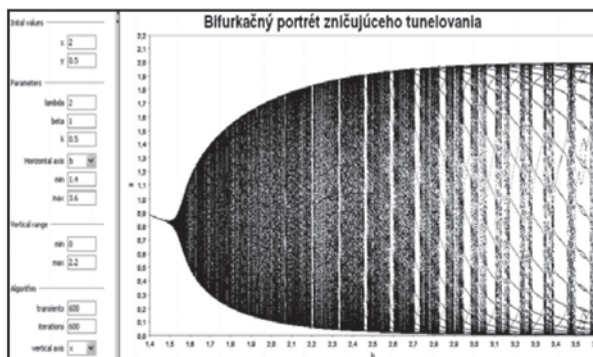


### 2.3 Demonštrácia závislosti intenzity tunelovania od veľkosti parametra $b$ pomocou laboratória v iDMC

Na spoznanie kvalitatívnych foriem a udalostí, ktoré sa môžu vyskytnúť v predmetne skúmanom modeli, sme uskutočnili nasledujúce experimenty. Na snímke obr. č. 14 bifurkačný portrét jedného parametra, menovite zvyšovanie hodnoty parametra  $b$ ,

Obr. č. 14

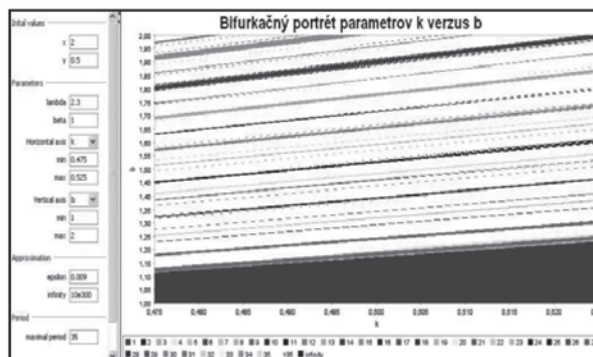
Orbity s periodickými bodmi vpravo, úplne vľavo deterministický chaos



vidíme jasne, že orbitálne útvary s uzlami sa vyskytujú pri veľmi vysokých hodnotách zvoleného parametra a s veľmi vysokou amplitúdou fluktuácie premennej  $x$ . Potom sme experimentovali so zvyšovaním hodnoty oboch riadiacich parametrov. Výsledok je na snímke obr. č. 15, na ktorej môžeme vidieť veľmi úzke Arnol'dove jazyky poukazujúce na prítomnosť orbit s rozličným počtom periodických bodov (uzlov).

Obr. č. 15

Fázový portrét s dvomi parametrami

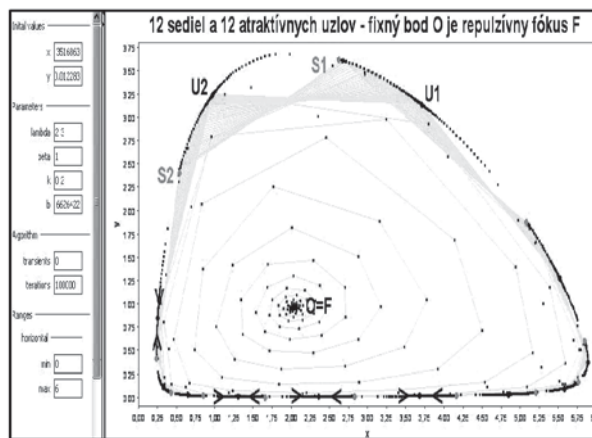


Na snímke obr. č. 16 je situácia, ktorú sme čiastočne vysvetlili už vyššie. Vidíme, že sme body evolúcie spojili pomyselnými priamkami, aby vynikla repelencia fixného bodu  $O = F$ . Mohli by sme použiť aj vyššie hodnoty predmetného parametra, ale

tie by už v ekonomickej rovine pohľadu neboli relevantné, pretože by hodnoty populácie parazitov (či výpalníkov) klesli na nulu, alebo by dokonca nadobudli záporné hodnoty. Keby sme však uvažovali vo veľmi abstraktnej rovine pohľadu, mohli by sme túto situáciu vysvetliť tak, že by výpalníci zanikli v dôsledku toho, že úplne zdecimovali producentov. V dôsledku toho zo zachovaného zostatku producentov by sa rozvinula ich populácia až po hodnotu sedla  $S_1$ , teda do takej veľkosti, ktorá už po jej dosiahnutí umožňuje tunelovanie a cyklus sa obnoví, aby zase po istom počte krokov zanikol a spomínaný proces by začal odznova. Dostali by sme tu akýsi lavínovitý sled udalostí zániku a znovuzrodenia populácie parazitoidov, resp. tunelárov.

Obr. č. 16

Orbita so sedlami a uzlami a centrálnym fókusom



#### 4 Modelovanie a virtuálne experimenty s mentálnym modelom parazitizmu, resp. vypaľovanie

Už skôr sme spomenuli, že parazitizmus, resp. vypaľovanie je menej intenzívny ekologický proces ako tunelovanie. Aj tento proces má však veľmi neblahý vplyv na normálny chod spoločensko-ekonomických procesov v demokratickej spoločnosti so zle nastavenými legislatívnymi normami a nedôsledne fungujúcimi represívnymi orgánmi. Na ilustráciu týchto procesov, ale zasa len vo veľmi abstraktnej rovine a počítačnej podobe, sme skonštruovali mentálny model, ktorý umožňuje sledovať správanie pri menej intenzívnom ekologickom pohybe. Na vytvorenie mentálneho modelu výrobcovia verzus paraziti (výpalníci) sme použili obdobne ako predtým 2D projekciu, teraz však vo forme

$$V : \begin{cases} x' = x + \alpha x \left[ \left( 1 - \frac{x}{k} \right) - \left( \frac{bxy}{(x+d)} \right) \right] \\ y' = y + ey \left[ \left( \frac{x}{(x+d)} \right) - \left( \frac{f}{(f+d)} \right) \right] \end{cases} \quad (4)$$



Nadbytočné zátvorky sme v projekcii (4) použili preto, aby sme sa vopred prispôbili konvenciám softvérov, ktoré použijeme na konštrukciu virtuálneho laboratória. 2D diferenciálna rovnica, ktorou sme sa inšpirovali pri vytvorení projekcie (4), zrejme pochádza od M. L. Rosenzweiga [16], avšak nie je isté, že práve on je jej prvým autorom. V tomto prípade deštrukciu výpalníkov zabezpečuje zlomok  $\left(\frac{ef}{f+d}\right)$

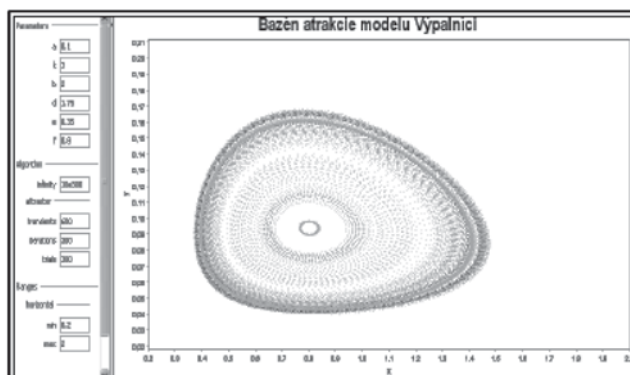
pričom parametre  $d$  a  $k$  by mali vyhovovať nerovnosti  $d < k$ . Projekciu (4) sme najprv prepísali do jazyka LUA a vložili do softvéru iDMC a takto vytvorené virtuálne laboratórium sme použili na experimentovanie:

<b>Zápis modelu:</b>	<b>Pokračovanie zápisu:</b>
<pre>--@@@ name = „Rosenzweig“ description = „Pozri text Andrášik ...“ type = „D“ -- bidimensional with Jacobian functioning parameters = {„a“, „k“, „b“, „d“, „e“, „f“} variables = {„x“, „y“} function f(a, k, b, d, e, f, x, y)</pre>	<pre>x1 = x + a*x*(1 - (x/k)) - b*x*y/(x + d) x2 = y + e*y*((x/(x + d)) - f/(f + d)) return x1, x2 end function Jf(a, k, b, d, e, f, x, y) return 1+a*(1 -(2*x/k)) - b*d*y/(d+x)^2, -b*x/(d+ x), e*d*y/(d + x)^2, 1 + e*(x/(x + d) - f/ (f + d)) end</pre>

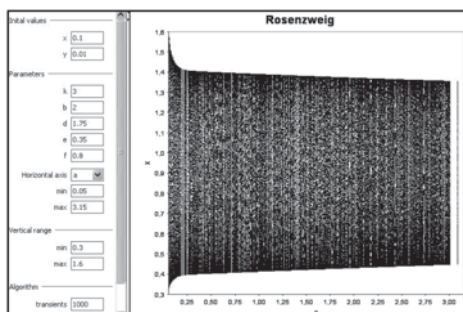
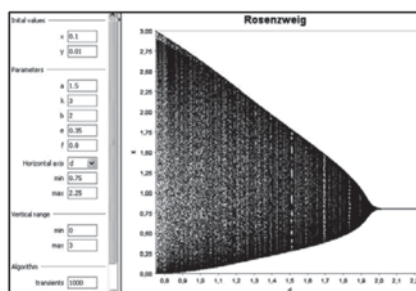
Na snímke obr. č. 17 predstavujeme experiment uskutočnený pomocou rutiny *Basin of attraction*. Experiment s parametrom  $a$  ukazuje, že v intervale  $\langle 0.25, 3 \rangle$  systém nie je veľmi citlivý na jeho zmeny, čo dokazujeme snímku bifurkačného portrétu na obr. č. 18. Amplitúda cyklu klesá len veľmi pomaly, z čoho možno odvodiť, že parametrom  $a$  sa systém riadiť dá len veľmi slabo.

Obr. č. 17

## Využitie rutiny Basin of attraction v iDMC



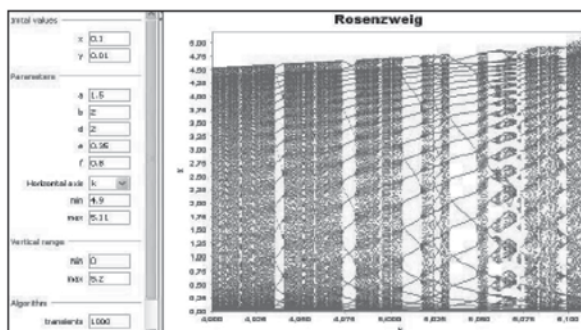
Obr. č. 18 a č. 19

Bifurkačný portrét parametra  $a$ Bifurkačný portrét parametra  $d$ 

Naopak, na rast parametra  $d$  je systém citlivý až veľmi – snímka obr. č. 19. K dramatickým zmenám však príde pri vysokých hodnotách parametra  $k$ , keď namiesto uzavretých limitných kriviek prejde systém na orbity s viacerými periodickými bodmi. Aby sme to demonštrovali viditeľnejšie, vybrali sme také intervaly v hodnotách parametra  $k$ , v ktorých sa takéto udalosti vyskytujú veľmi často. Na snímkach obr. č. 20 a obr. č. 21 vidíme vysokú frekvenciu bifurkácií. Najmä v intervale  $k: <5.05, 5.07>$  vidíme, že sa na orbitách dokonca vytvárajú zložitejšie útvary, na rozdiel od tých jednoduchých uzlov, ktoré sme videli v iných situáciách v predchádzajúcej sekcii. Aby sme ešte viac podporili obrazotvornosť čitateľa, využili sme rutinu *Basin of attraction* a výsledok experimentu s vysokou hodnotou parametra  $k$  ukazuje snímka na obr. č. 22. Na snímke na obr. č. 21 pri malých hodnotách  $x$  sa body bifurkačného portréту zlievajú dohromady, keďže sme použili celú škálu hodnôt  $x$ . Aby vynikla bizarnosť správania modelu, urobili sme detail, ktorý je na obr. č. 25. Pri uvažovaní o kvalitatívnych dôsledkoch experimentov, ktorých snímky sú na obr. č. 17 až obr. č. 25, si treba uvedomiť, že sme pôvodný spojité model Rosenzweiga upravili na diskretnú projekciu zavedením dodatočného parametra  $h$ , pričom  $0 < h \leq 1$ . Pri uvedených experimentoch sme implicitne predpokladali hodnotu parametra  $h=1$ .

Obr. č. 20

## Bifurkačný portrét s komplexnými orbitami



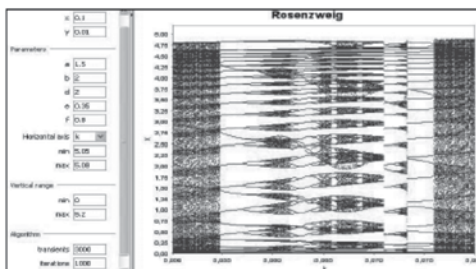
V ďalšom výklade ukážeme parameter  $h$  pri experimentoch s ním explicitne, čo vidno v podobe projekcie takto

$$V: \begin{cases} x' = x + hax \left[ 1 - \left( \frac{x}{k} \right) \right] - h \left( \frac{bxy}{(x+d)} \right) \\ y' = y + hey \left[ \left( \frac{x}{(x+d)} \right) - \left( \frac{f}{(f+d)} \right) \right] \end{cases} \quad (5)$$

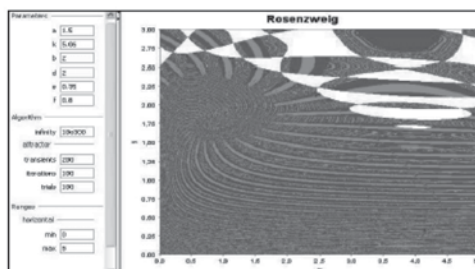
Projekciu (5) sme vložili do softvéru iDMC v jazyku LUA tak ako predtým. Takto sme získali možnosť študovať vplyv parametra  $h$  na potenciálne emergencie rozličných kvalitatívnych foriem a udalostí v správaní entity výrobcovia verzus výpalníci.

Obr. č. 21 a č. 22

## Užší detail komplexných udalostí



## Súostrovie a jazerá spájané sedlami

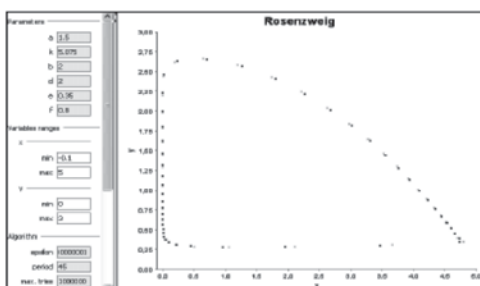


Aj v súvislosti s týmito experimentmi zdôrazňujeme vopred, že nám ide o zisťovanie foriem správania takejto entity, teda o to, aby sme si vedeli vytvoriť predstavu o tom, v akých podobách sa môže vyvíjať spoločensko-ekonomická realita, ak populácia obsahuje rozličných jedincov zoskupených podľa vykonávaných funk-

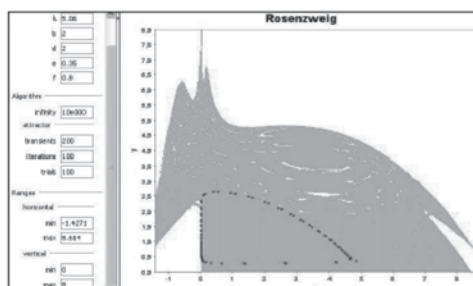
cií do kvázi subpopulácií. V záujme toho, aby sa také kvalitatívne obrazce zreteľne vynorili, museli sme aj v tomto prípade použiť na experimentovanie prehnané hodnoty parametrov. V objektívnej realite tieto parametre nie sú tak markantne blízko seba medzi výrobcami a výpalníkmi, ale to neznamená, že pri väčšej vzdialenosti parametrov od seba takéto kvalitatívne útvary nevznikajú. Sú tam prítomné a v štatistike, keby sa tak sledovala, by sa prejavila spolu s inými príčinami nie deterministickou chaotickou fluktuáciou, ale akoby stochastickým cyklom.

Obr. č. 23 a č. 24

Orbity so 45 periódami v 1. a 2. kvadrante

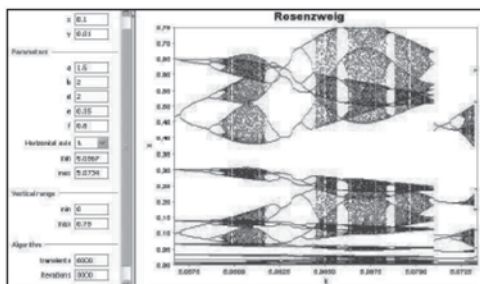


Miesta 45 sediel a 45 uzlov na orbite

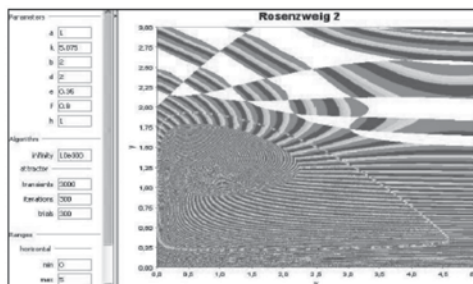


Obr. č. 25 a č. 26

Detail portrétu pre malé hodnoty x

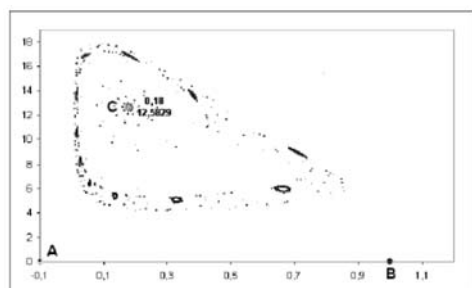


Kontrolný bazén s hodnotou parametra h=1

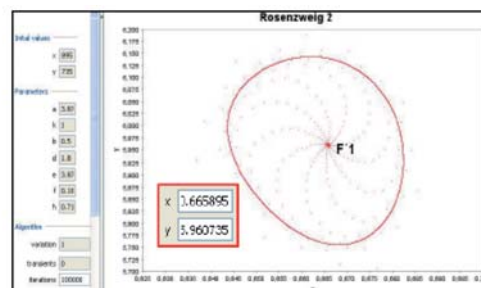


Obr. č. 27 a č. 28

11 parciálnych UIK a 3 fixné body



Repelentný fókus: jeden z jedenástich  $F'_1$



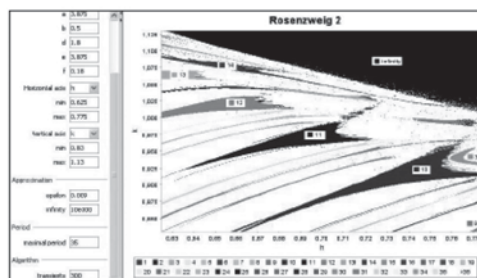
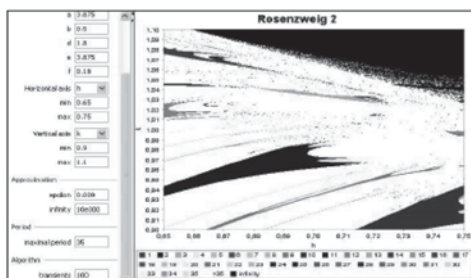
Na snímke na obr. č. 26 je bazén slúžiaci pre nás na komparáciu výsledkov budúcich experimentov s experimentom dosiahnutým s hodnotou parametra  $h=1$ . Na snímke na obr. č. 27 je veľmi špecifická situácia, keď stavový bod rotuje po dosiahnutí stavu sukcesie nielen na orbite, ale aj na jedenástich uzavretých invariantných krivkách. Dva z troch fixných bodov sú sedlá, t. j.  $A: (0, 0)$ ,  $B:(k, 0)$  a tretí fixný bod môže byť, v závislosti od riadiacich parametrov buď atraktívny uzol, alebo atraktívny

$$\text{fókus a tiež repelentný fókus. } C: \left( f, \frac{a}{b} \left( 1 - \frac{f}{k} \right) (f \div d) \right)$$

Obr. č. 29 a č. 30

A – jazyky: variovanie s hodnotami h a k

A – jazyky s označením počtu periód

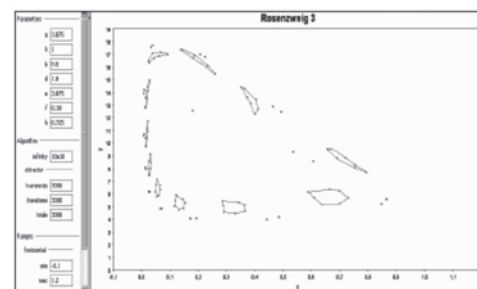
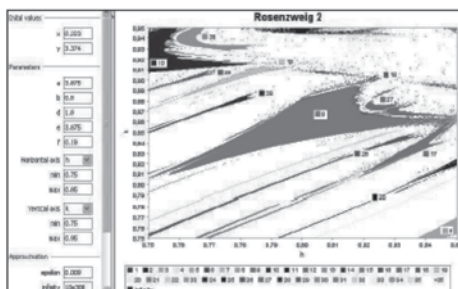


Na snímke na obr. č. 27 je prípad repelentného fókusu. Aj intuitívne možno vytušiť, že vnútri parciálnych UIK musia byť tiež repelentné fókusy ako potenciálne začiatky evolúcie do sukcesívneho stavu jedenástich UIK. Na demonštráciu takej situácie sme urobili experiment, ktorého výsledkom je snímka na obr. č. 28, takže intuícia nás tentoraz neoklamala.

Obr. č. 31 a č. 32

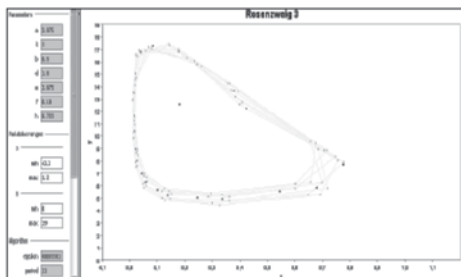
Identifikácia periodických bodov orbít

Zmnoženie orbít na 7, 11 sediel a 11 uzlov

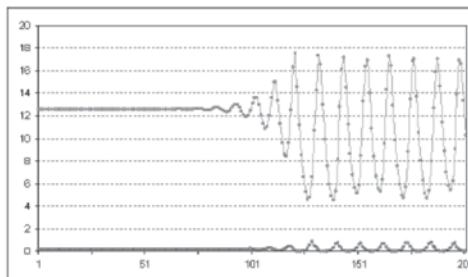


Obr. č. 33 a č.34

Sukcesia po 100 000 krokoch



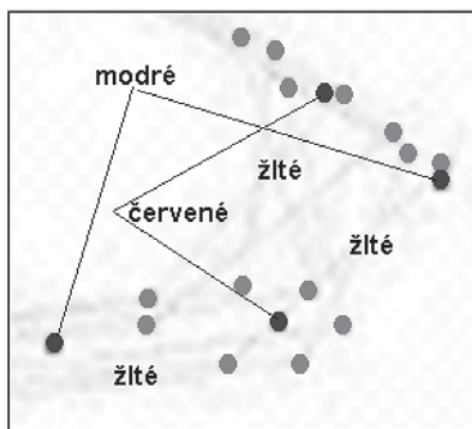
Iteračné kroky časovej trajektórie 1-201



Na snímke na obr. č. 32 je situácia, ktorá je veľmi podobná tej na obr. č. 27. Tu je rozdiel v tom, že stavový bod neobieha na parciálnych jedenástich cykloch, ale po dosiahnutí režimu sukcesie poskakuje po siedmich pevne lokalizovaných bodoch charakteru stabilných uzlov, takže vytvárajú sedem orbít po jedenástich periodických bodoch a rotačné číslo  $r = 11/77$ . Na snímke obr. č. 33 sme nechali umelo pospájať uzly žltými priamkami (uzly sú na displeji zelené). Jedenásť fókusov vnútri parciálnych UIK je na obrazovke vo farbe červenej a sedlá sú modré. Centrálny fokus je tiež červený a dve hlavné sedlá na osi  $x$  sú tiež modré. V čiernobielej tlači sme ich na výseku z obr. č. 33 okrem zelených bodov slovne takto aj označili (obr. č. 33a):

Obr. č. 33a

Výsek z obr. 33



Na dokonalejšiu predstavu blízku bežnému vykresľovaniu vývoja ekonomických veličín sme vytvorili krokový diagram pre prvých 201 krokov, pričom evolúcia začala z centrálného repulzívneho fókus. Urobili sme snímku aj z posledných 201 krokov. Pripomíname, že hodnoty parametrov sú extrémne prehnané preto, aby cykly boli zreteľne viditeľné. Pre potreby kontroly sme urobili aj krokový diagram pre celý

evolučný interval 1 až 20 001 (obr. č. 36.). O tom, že komplexnú kvalitatívnu udalosť možno dosiahnuť aj pomocou Excelu, svedčí snímka na obr. č. 37, kde sa stavový bod namotáva postupne na 15 atraktívnych fókusov. Detail fókusu je z iDMC.

Obr. č. 35 a č. 36

Diagram od 19 000 do 20 000 krokov

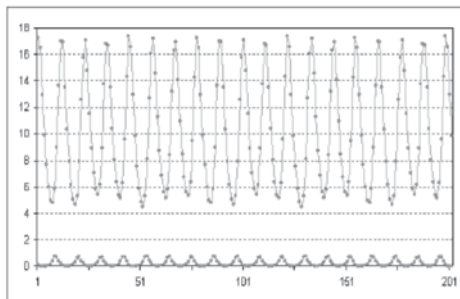
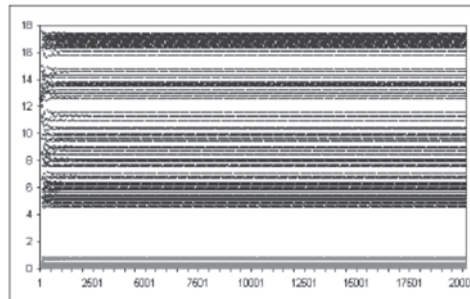


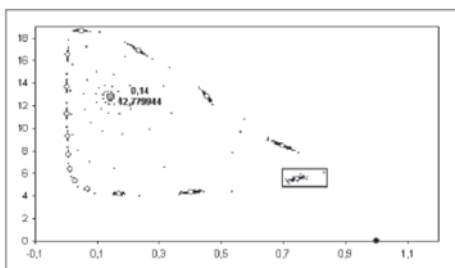
Diagram úplného intervalu *evolúcie*



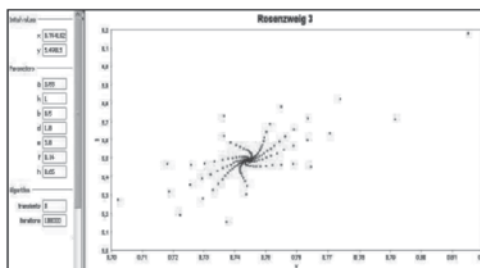
Z uvedených snímok je jasné, že takto upravený model má svoju širokú paletu orbít s rozličným počtom periodických bodov, resp. aj orbít s parciálnymi UIK. Pomocou identifikácie orbít a ich periodických bodov vieme potom zostrojiť bazény atrakcie alebo trajektórie. Pre čitateľov, ktorí by si chceli napodobniť niektoré z kvalitatívnych útvarov získaných v Exceli, sme uviedli aj snímky vytvorené v Exceli (obr. č. 34 až 37.). Na snímke na obr. č. 39 vidíme trajektóriu rozťahnutú veľmi nerovnomerne do časových krokov. Situácia je neobyčajne zvláštna tým, že dosahovanie 15 sukcesívnych bodov stojacich potom už na jednom mieste sa udeje rotáciou na vetvách 15 atraktívnych fókusov.

Obr. č. 37 a č. 38

Orbíta s 15 atraktívnymi fókusmi

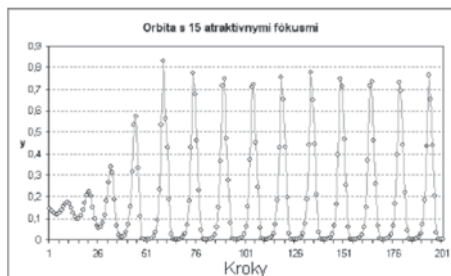


Detail jedného z fókusov na fixnom mieste orbity

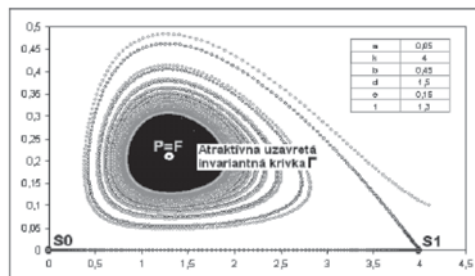


Na snímke na obr. č. 40 vidíme trajektóriu (tmavomodrá), ktorá sa vždy začína v repelentnom fókuse  $P = F$  a zvnútra sa priliepa k *AUIK*. Zo sedla  $S_0$  k sedlu  $S_1$  vybieha na obrazovke červená trajektória, odtiaľ sa odráža a zvonku sa nabaľuje na *AUIK*. Je tu aj zelená trajektória, ktorá sa nabaľuje na červenú sedlovú trajektóriu.

Rozvinutie orbity do krokov trajektórie



Tri útvary vytvorené v Exceli pre y



#### 4 Modelovanie a virtuálne experimenty s modelmi – všeobecne

V predchádzajúcich sekciách sme analyzovali a demonštrovali ekologické podoby spoločensko-ekonomických interakcií na základe príbehov podobných parazitizmu a parazitoizmu. V tejto sekcii v záujme toho, aby sa zviditeľnili aj iné vzťahy typu sociálno-ekonomických interakcií ekologického typu, sme zvolili všeobecnejší modelový základ, ktorý umožňuje simulovať všetky jednoduchšie 2D ekonomické vzťahy. Ako matematickú osnovu pre simulácie sme použili 2D diferenčnú sústavu (6), s ktorou prišli do predmetnej oblasti svojou staťou D. Fournier-Prunaret a R. Lopez-Ruiz [11], resp. jej originál sme upravili do formy topologickej projekcie (7).

$$\begin{aligned}x_{n+1} &= \alpha(ay_n + c)x_n(1 - x_n) \\ y_{n+1} &= \beta(bx_n + d)y_n(1 - y_n)\end{aligned}\quad (6)$$

$$E: \begin{cases} x' = \mu(ky + p)x(1 - x) \\ y' = \nu(lx + q)y(1 - y) \end{cases}\quad (7)$$

Na rozdiel od negatívne spoločensko-ekonomicky pôsobiacich interakcií, ktoré sme skúmali vyššie, v tomto prípade sme za príklad zvolili pozitívnu interakciu *koo-perácie* a interakciu, ktorá síce navonok pôsobí ako negatívna, ale môže mať pozitívne účinky v zmysle darvinovskej selekcie, totiž vzťah *konkurencie*. Pre rozšírenie predstáv o ekologických vzťahoch v spoločensko-ekonomických súvislostiach sme zaradili na ukážku aj 3D model, a to aj s vykreslením trajektórie v trojrozmernom priestore, t. j. trajektória je vkreslená do kocky. Projekcia (7) vzhľadom na to, že umožňuje variovať všetkými šiestimi riadiacimi parametrami, t. j.  $\mu$ ,  $\nu$ ,  $k$ ,  $l$ ,  $p$ , a  $q$  tvorí touto manipulovateľnosťou osnovu na vytvorenie všetkých prípadne možných kvalitatívnych modulusov správania v 2D dynamickej sústave.



#### 4.1 Demonštrácia prípadu kooperácie

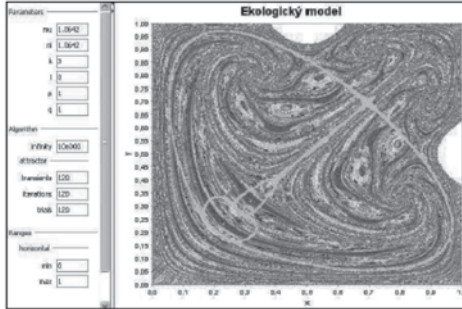
Prípad kooperácie vytvoríme na osnove projekcie (6) tak, že nebudeme meniť jej parametre s kladnou hodnotou a experimentovať budeme len s hodnotou ekologických multiplikátorov  $\mu$  a  $\nu$ . Stále hodnoty pri experimentoch sme zvolili  $k = l = 3$  a  $p = q = 1$ . Projekciu (7) sme vložili do jazyka LUA v iDMC v podobe:

<pre>--@@ name = „Ekologický model“ description = „Pozri Andrášik ... „ type = „D“ parameters = {„mu“, „ni“, „k“, „l“, „p“, „q“} variables = {„x“, „y“} function f(mu, ni, k, l, p, q, x, y) x1 = mu*(k*y+p)*x*(1-x) x2 = ni*(l*x+q)*y*(1-y)</pre>	<p><b>Pokračovanie zápisu:</b></p> <pre>return x1, x2 end function Jf(mu, ni, k, l, p, q, x, y) return mu*k*p+(mu*p^2)-2*mu*k*x-2*mu*x, p*mu*kmu*k, q*ni*l-ni*k,ni*l*q+(ni*q^2)-2*ni*l*y-2*ni</pre>
--	---

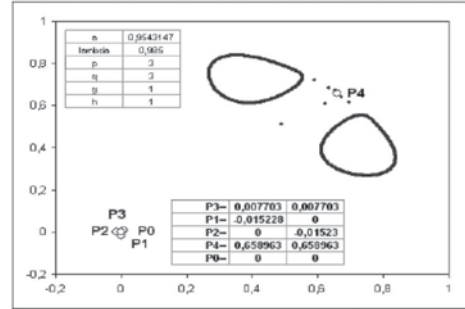
Pomocou rutiny iDMC sme vytvorili *bazén atrakcie* pre model kooperácie veľmi vysokú úroveň hodnôt ekologických multiplikátorov  $\mu = \nu = 1.0642$ . Na snímke na obr. č. 41 jasne vidieť, že definitívnym procesom je obiehajúce pomerne zložitej UIK stavovým bodom, ale tak, že jednak preskakuje z jedného trojuholníka do druhého a navyše pri tom skáče vynechávaním periodických bodov pri rotácii. Konečný režim, do ktorého systém dospeje, sme aj tu nazvali *sukcesiou*. Treba tomu rozumieť tak, že je to už definitívny a nevratný stav. Zmeniť by to mohla len perturbácia riadiacich parametrov, ktorú sme však na tomto mieste výkladu vylúčili. Dalo by sa to pomenovať aj tak, že tento režim je *štruktúrne stabilný*. Na nasledujúcich snímkach ukazujeme výsledky experimentov s nižšími hodnotami, takže kvalitatívne tvary režimov po dosiahnutí sukcesie sú odlišné ako na snímke na obr. č. 41. Niektoré snímky sme urobili aj v Exceli a pokúsili sme sa k výsledkom experimentov pridať aj trocha analyticky zistiteľných vlastností modelu. Na snímke na obr. č. 42 sú pridané analyticky vypočítané body a sú zobrazené pomocou Excelu. Ich súradnice sú uvedené v spodnej časti tabuľky. Vľavo hore sú hodnoty ekologických multiplikátorov a parametrov modelu.

Obr. č. 41 a č. 42

## Kooperácie: bazén atrakcie a atraktor

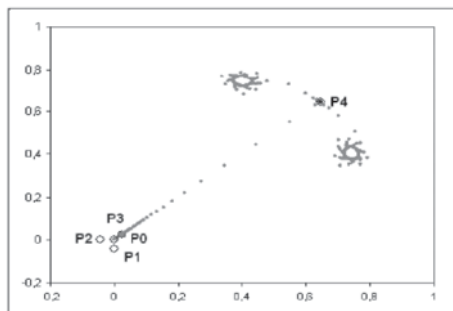


## Analyticky zistené body a simulované UIK

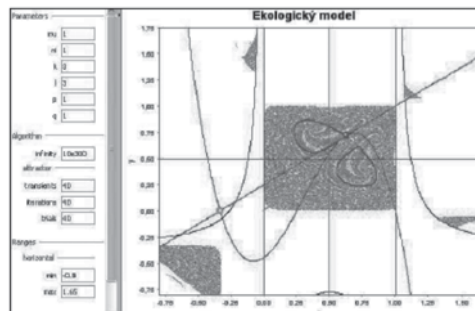


Na snímke na obr. č. 43 vidíme ďalší symetrický príklad evolúcie zo zvoleného začiatočného bodu ležiaceho na uhlopriečke v tesnom susedstve fixného bodu  $P_0$ . Ako vidieť, evolúcia poskakuje po uhlopriečke danou symetriou ekologických multiplikátorov až dosiahne blízke okolie fixného  $P_4$ , kde nastane bifurkácia a potom už párne kroky smerujú k jednému UIK a nepárne kroky k druhému. Bod  $P_4$  má charakter sedla, do ktorého najprv smerujú trajektórie so začiatkom v prvom kvadrante a až potom začnú bifurkovať a namotávať sa raz na jednu a raz na druhú UIK. Na snímke na obr. č. 41 však zistujeme, že celkom to takto nie je a niektoré miesta 1. kvadrantu nepatria do bazéna atrakcie (treba totiž rozlišovať medzi bazénmi atrakcie a oblasťou atrakcie). Už zo snímky na obr. č. 43 možno intuitívne predpokladať, že po matematickej stránke sa dejú udalosti aj v ostatných kvadrantoch. To sme sa snažili zviditeľniť pomocou experimentu, ktorého snímka na obr. č. 44 ukazuje tzv. kritické čiary, resp. krivky, ktoré v danom prípade zasahujú do všetkých kvadrantov (samozrejme pre sociálno-ekonomické prípady je relevantný len prvý kvadrant).

Uskutočnili sme aj viaceré ďalšie experimenty, aby sa dali ukázať niektoré zaujímavé matematické vlastnosti modelu aj pri iných hodnotách parametrov a multiplikátorov. Nemohli sme ich však zaradiť, lebo by sme prekročili rozsah eseje. Nazdávame sa, že pre zainteresovaného čitateľa, ktorý sa chce dozvedieť viac o aspektoch akoby ekologického správania spoločenského hospodárstva simulovaného v počítačnej realite sme poskytli dostatok materiálu na premýšľanie a metódy, resp. aj konkrétne postupy, ako na tieto účely využiť vymoženosti, ktoré nám poskytujú IKT, internet a produkty a služby počítačnej inteligencie. Niektorí by aj mohli zapochybovať o potrebe tvorby takýchto virtuálnych laboratórií, veď dnes už na webe existuje veľa appletov, ktoré môžu záujemcovi poskytnúť.

Evolúcia k sukcesii z fixného bodu  $P_0$ 

LC čiary v kvadrantoch a bázény atrakcie



potrebné služby. Je to oprávnená pochybnosť, ale, po prvé, záujemca nemusí nájsť práve taký applet, ako potrebuje na riešenie svojho problému a, po druhé, je to vždy cudzí produkt, ktorý síce v istej miere umožní experimentovať, ale len tak, ako to bol na svoj obraz konštruoval daný autor. Hlavná devíza prístupu, ktorý presadzujeme, totiž možnosť nahradiť inštruktívnosť konštruktívnosťou pri internetovom experimentovaní na appletoch absentuje. Tú výhodu má autor appletu, ale nie jeho používatelia. Lenže práve pri snahe vytvoriť zmysluplné virtuálne laboratórium je tá cesta, ktorá vedie k tvorivému objavovaniu skrytých súvislostí a k hlbšiemu porozumeniu správania komplexných dynamických systémov.

## Záver

V príspevku sme sa pokúsili ozrejmiť, že mnohé procesy v spoločensko-ekonomickej evolúcii majú veľmi podobné modusy správania, aké sa vyskytujú v biologicko-ekologických organizmoch. Charakter takých procesov je nezávislý od individuálneho rozhodovania účastníkov ekologického procesu ako jedincov, ale sa prejaví až keď sa tak správa dominantná časť oboch proti sebe stojacich subpopulácií. Dokonca za istých okolností sú takéto procesy v určitej miere nezávislé od štátneho aparátu, teda, ak nefunguje patričným spôsobom. To, že sme na zviditeľnenie kvalitatívnych dôsledkov ekologického typu správania použili metódy kvalitatívneho uvažovania a kvalitatívnych simulácií vo virtuálnych laboratóriách, by sme mohli podmienene nazvať aj novou, ekologickou paradigmou, resp. výskumným programom v rámci spoločensko-ekonomických a dokonca aj v rámci kognitívnych vied. Všeobecne vzaté, kvalitatívna (e) simulácia (e) je (sú) účinný (m) spôsob (om) navrhovania a analýzy vo vedeckom myslení, pri navrhovaní mentálnych modelov a ich analýzy, ktoré sú vopred zamýšľané ako osnova pre virtuálne laboratória. Účelom takých kvalitatívnych simulácií je dosiahnuť odpovede na otázky typu: „Čo by sa stalo, keby...? Aby to skúmajúci subjekt dosiahol, musí uskutočniť viacero úloh. Ku krokom (činnostiam), ktoré smerujú k získaniu vedomostí o vývoji modelovaného procesu patria:

- konštrukcia prvotného mentálneho modelu (primordiálu) predmetnej úlohy, a jeho prevedenie do matematickej podoby,
- transformácia do programovacieho jazyka vybratého softvéru ako základu pre tvorbu virtuálneho laboratória, a napokon
- experimentovanie v laboratóriu a identifikácia výsledkov experimentu tak, aby bolo možné inovovať primordiál na dokonalejší mentálny model a perspektívne aj na čiastkovú abstraktnú teóriu skúmanej entity.

V príspevku sme vychádzali z predpokladu, že hospodárstvo je komplexná evolučno-adaptívna entita. Má všetky znaky živého organizmu a správa sa ako biologicko-ekologický a sociálny systém. Hlavným dôkazom toho je, že evolúciu hospodárstva ovládajú typické ekologické koeficienty: koeficient konkurencie, koeficient kooperácie, resp. kolaborácie, symbiózy typu komenzalizmu alebo koeficient parazitizmu (resp. parazitoizmu), či ekologického vzťahu dravec-korist'. Prirôdzené, v spoločenskom hospodárstve, ak odmyslíme štátne zásahy, pôsobia aj a predovšetkým inštitucionálne, sociálne a psychologické koeficienty, ale tie nie sú predmetom príspevku. Najbežnejším ekologickým vzťahom, s ktorým sa sporadicky stretávame vo virtuálnych entitách, ale aj v objektívnej realite je v ostatných dvadsiatich rokoch viacero neštandardných a nežiaducich modusov správania, pričom k tejto forme priradíme rôzne druhy, ktoré sa nápadne podobajú na ekologické procesy v prírode. K nim možno priradiť aj iné formy správania, napríklad korupciu<sup>6</sup> v štátnych orgánoch a úradoch, ale ako sme to už skôr uviedli, ani toto správanie nie je priamo predmetom analýzy. Všimame si len ten jeho aspekt, ktorým pôsobí na celkovú dynamiku hospodárstva. Úplne na záver treba znova zdôrazniť, že koeficienty a riadiace parametre, ktoré sme použili v príspevku, sú veľmi vzdialené od reality a jediným dôvodom, prečo tak boli zvolené, bola snaha čo najviac zviditeľniť kvalitatívne formy a udalosti, ktoré môžu potenciálne vyklíčiť pri takýchto komplexných javoch. V realite, samozrejme, nie sú tieto javy také markantné a hlavne nie sú navonok viditeľné, čo však neznamená, že nemajú na regulárne sociálno-ekonomické normy správania pokrokovej demokratickej spoločnosti deštruktívny vplyv.

## Literatúra

- [1] ANDRÁŠIKOVÁ, A. – ANDRÁŠIK, L.: *Vzťahy ekologického typu v spoločenskom hospodárstve*. Bratislava: Vydavateľstvo STU, 2007.
- [2] ANDRÁŠIK, L.: Computational Qualitative Economics – Computational Intelligence Assisted Building. Writing and Running Virtual Economic Theories. In: *Computational Intelligence and Informatics – Principle and Practice, Series: Studies in Computational Intelligence, Vol. 313*. (I. J.

<sup>6</sup> V kontexte obsahu a metód tohto príspevku zastávame názor, že korupcia je len iná forma tunelovania, keď štátny úradník zmonopolizuje pre seba (alebo pre politickú stranu, ktorá ho dosadila na danú pozíciu) svoje postavenie v hierarchii, a tým vlastne otvára vedľajší prítok do štátneho rozpočtu, ktorý však neodvedie a túto sumu vytuneluje z rozpočtu. Bežne sa to síce nazýva aj „zneužitie právomocí verejného činiteľa“, ale v konečnom dôsledku je to aj tak tunelovanie.

- Rudas, J. Fodor, J. Kacprzyk eds.) Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2010, 247 – 261.
- [3] ANDRÁŠIK, L.: Going to Alternative Reasoning in Social Sciences by the Aid of CI – Crossbreed TProcessin of New Knowledge. *SAMI 2011 – 9th IEEE International Symposium on Applied Machine Intelligence and Infomatics*. Smolenice: Slovakia, 2010, s. 265-271.
- [4] ANDRÁŠIK, L.: New Economic Knowledge Creation in the Global Knowledge-Based Society. *Overcoming Crisis – creation of the New Model for Socio-Economic Development of Slovakia, K. Ivanicka at al.*, Published by EKONÓM in Bratislava, 2010, s. 125 – 152.
- [5] ANDRÁŠIK, L.: Forcing to Creative Destructions in Knowledge Capital by Progressing Computational Intelligence. In: *Business and Management 2010, Selected papers, Volume II, The 6th International Scientific Conference*. Vilnius Gediminas Technical University and VGT Publishing House „Technika“, 2010, s. 767 – 775.
- [6] ANDRÁŠIK, L.: *Aplikovaná systémová dynamika a synergetika*. Bratislava: Vydavateľstvo STU, 2010.
- [7] ANDRÁŠIK, L.: Computational intelligence: An excellent way to theorising in social sciences. In: *Computational Intelligence and Informatics (CINTI), 11th International Symposium on...*, Budapest, 2010, s. 193 – 206.
- [8] CATHALA, J. C.: On the boundaries of absorbing and chaotic areas in second-order endomorphism. *Nonlinear Analysis, Theory, Methods & Applications*, Vol. 29, 1997, No. 1, pp. 77 – 119.
- [9] FOURNIER-PRUNARET, D. – LOPEZ-RUIZ, R. – TAHA, A. K.: Attractors bifurcations and basins in 2-D and 3-D biological models based on logistic maps, 11th International Conference on Functional Equations and In equations (ICFEI'06) Bedlewo, Pologne, September 2006.
- [10] KOLMOGOROV, A. N.: *Sulla teoria di Volterra della lotta per l'esistenza*. *Giorn. Isti. Ital. Attuar* 7, 1936, pp. 74 – 80.
- [11] FOURNIER-PRUNARET, D. – LOPEZ-RUIZ, R.: Basin bifurcations in a two-dimensional logistic map, Cornell University Library, arXiv.org > nlin > arXiv: nlin/0304059v1, 2003.
- [12] MIRA, C.: *D'etermination pratique du domaine de stabilit'e d'un point d'equilibre d'une r'ecurrence non-lineaire du deuxi'eme ordre `a variables r'eelles*. *C.R. Acad. Sc. Paris* 261, Groupe 2, pp. 5314–5317, 1964.
- [13] MIRA, C. – GARDINI, L. – BARUGOLA, A. – CATHALA, J. C.: Chaotic Dynamics in Two-dimensional Noninvertible Maps. *World Scientific Series on Nonlinear Sciences, Series A*, Vol. 20, 1996, pp. 630.
- [14] MIRA, C.: Chaos and fractal properties induced by noninvertibility of models in the form of maps. *Chaos Solit. Fract.* 11, 2000, pp. 251–262.
- [15] MIRA, C.: *Chaotic Dynamics: From the onedimensional endomorphism to the two-dimensional diffeomorphism*. Singapore: World Scientific Publishing, 1987.
- [16] ROSENZWEIG, M., L.: Paradox of enrichment: Destabilization of exploitation ecosystems in ecological time, *Science* 171, 1971, pp. 385 – 387.