

Ladislav Andrášik

EKONÓMIA REÁLNYCH A VIRTUÁLNYCH HOSPODÁRSTIEV

***Abstract:** Since its rise until now, economics has not had the subject of its study as a whole precisely defined, in the way that would meet requirements placed on intersubjectivity in a broad community of economists. Because of this, there arise numerous misunderstandings, even disputes between representatives of several schools of economic thought. Some schools or streams of thought try to deal with the problem by placing an attribute before the word economics. However, that does not solve the problem; on the contrary – it clearly points to an internal diversity of economics, which is something that does not suit the science. Because of this, in fact, social economic conscience still does not exist in a narrower sense of the concept. A principle problem of a scientific discipline is a precise determination of the part of objective reality in question and the formulation of this chosen part of reality to investigation (the subject of investigation). In the case of economics is is mostly not quite clear. It often happens that an economist claims to be studying objective reality, while in fact manipulating with abstract constructions, or mental models, which more or less severed from the objective reality. By analysing the mental model construed above some objective/real-life entity, need not considered as a drawback or mistake; however, it has to be clearly communicated in an adequate scientific way. If this done, then a clear boundary given between the subjects of exploration/investigation constructed above objective/real-life reality and the subject of investigation of some mental model. If mental models which make up a particular scientific whole fulfil on a higher level intersubjectivity requirements and a particular community of economists shares and uses them in this way, then we can speak about the existence of economic conscience of the given community. The aim of the present paper is to demonstrate the importance of clear determination of subject of study/investigation and specifically deal with new possibilities of cultivating methods of studying/exploring mental models, or virtual economies supported with advanced ICT products and services, applied information science (AI), computational intelligence (CI) and cognitive sciences. Proper using these new means, methods and tools to explore virtual economies this way helps in increasing quality of scholarly/scientific outputs, as well as intersubjectivity within a large community of not only academic economists, but also non-academics, including politicians. This at the same time also helps in increasing the quality of cognition of objective/real-life economic processes; enable to cultivate imagination of each entity related to complex dynamic processes going on in a real-life socio-economic reality. We illustrate simple forms of this kind*

of activity by experimenting in virtual laboratories created in STELLE, iDMC and in Excel.

Keywords: *Absorption of theory, Baldwinian teaching and evolution, Time of entity, Darwin's teaching and evolution, Genetics and memetics, Hybrid excellence networks, Hybrid network organism, Imitation, Information cascades, Collective economic consciousness, intelligence, wisdom, Complex adaptive behaviour, Conform thinking and behaviour, Computation tools of consciousness, Computation entities, Face-to-face communication, Economics – information science cooperation, Lamarck's teaching and evolution, Memetic computation, Meta-consciousness (-knowledge), Modelling and simulations, Myslits, Softbots, Speciation's, herd behaviour, Stigmergy, Succession, Transfer, students' knowledge: obligatory and facultative, virtual laboratories.*

JEL: C 72, C 91, D 8

1 Úvod

Rozvoj globálnej vedomostnej ekonomiky a stále lepšie možnosti pre subjektívne až voluntaristické zasahovania do nej ekonomicky silnými subjektmi kladie pred ekonómiu veľké výzvy. Osobitne sa to týka katastrofického vývoja v Európskej únii, v dôsledku ktorého sa na adresu ekonómie ozýva kritika zo všetkých strán. Nemyslíme si, že tá kritika je neoprávnená, je však nekompetentná a adresovaná v uvedenom kontexte nesprávnym smerom. Sotva totiž možno obviňovať ekonómiu za niečo, čo je vo výlučnej právomoci politikov, štátnych úradníkov a byrokratického aparátu. Zval'ovať zodpovednosť za to, čo sa v ostatných rokoch deje najmä v Eurozóne na ekonómiu a teoretikov, je nehoráznosť. Na druhej strane oprávnenou je tá kritika, ktorá vytýka ekonómii, že nevie výstižne vysvetliť (zlyhanie pozitívnej funkcie ekonómie), tobôž dať usmernenie ako von z marazmu (zlyhanie jej normatívnej funkcie). V uvedenej súvislosti možno súhlasiť s tým, že ekonómia nie je na úrovni súdobých požiadaviek. Ale na mieste je aj otázka: „A bola vôbec niekedy?“ Do tejto horúcej témy by sme si netrúfali zabrdáť. Predsa si však neodpustíme rekriminovať výrok významnej anglickej ekonómky Joan Robinsonovej, ktorá koncom šesťdesiatych rokov minulého storočia na konferencii v Smoleniciach adresovala ekonómii približne toto: „Ekonómia je ešte stále akoby nevyčválanou kobyľou...“. Sotva možno tvrdiť, že po vyše štyridsiatich rokoch sa niečo výraznejšie zmenilo. A keď sme sa už dotkli Angličanky, tak v záujme rodovej rovnosti pripomeňme, že aj slovutní ekonómovia vyslovia niekedy výrok, ktorý by od nich nikto nečakal. Nemáme na mysli nikoho iného ako samého J. M. Keynesa a jeho gnómu o dlhodobom horizonte hospodárstva: „... v budúcnosti aj tak budeme všetci mŕtvi ...“. Keďže tento nevyvrátiteľný výrok sa už dávnejšie naplnil aj v jeho prípade, nepatrí sa pripomínať, čo je úlohou vedy, totiž ak si ekonómia vážne nárokuje patriť do tejto kategórie. Dnes sa niečo také ako jeho gnóma

eufemisticky nazýva *myopiou*. Ak by sme tých, čo rozhodli o historicky predčasnom zavedení menovej integrácie v Európe takto nazvali, veľmi by sme im lichočili. Dante Alighieri by to zrejme vedel nazvať presnejšie. Pokiaľ ide o ekonómiu ašpirujúcu na status vedy nemožno celkom obísť skutočnosť, že od svojho vzniku až dosiaľ nemá presne vymedzený predmet svojho skúmania, ktorý by splňal požiadavky na intersubjektivitu v širokej komunite ekonómov. Aj táto skutočnosť prispieva k tomu, že vznikajú mnohé nedorozumenia, ba aj spory medzi predstaviteľmi viacerých škôl ekonomického myslenia. Niektoré školy či prúdy myslenia sa síce pokúšajú identifikovať či vyhraničiť tým, že si volia prívlastky, ktoré kladú pred slovo ekonómia. Lenže to problém nerieši, ba práve naopak, zreteľne to poukazuje na vnútornú diverzitu ekonómie, čo vede veľmi nesvedčí. V dôsledku toho vlastne ešte stále neexistuje spoločenské ekonomické vedomie v užšom zmysle tohto pojmu.

Zásadným problémom v charakterizovaní každej vednej disciplíny je stupeň presnosti a univerzálnosť v zameraní na objekt záujmu a vo formulácii predmetu skúmania tohto objektu. V prípade širokého spektra ekonómie to zväčša nie je dosť jasné a problémom je sama pestrofarebnosť v explikácii predmetu tohto vedného odboru. Nemožno to nazvať špeciáciou v úzkom zmysle slova, ale po určitom ranom období taký proces naozaj naskočí a ďalej pokračuje. Pritom môže ísť tak o *alopatrickú*, *peripatrickú* aj *sympatrickú špeciáciu*. Konkrétnym príkladom *alopatrickej špeciácie* je tzv. marxisticko-leninská politická ekonómia, ktorá od svetovej ekonomickej vedy bola nielenže oddelená fyzicky, povestnou *železnou oponou*, ale mala aj vlastný akoby imunitný systém ekonómom cielene nanucovaný v podobe boja proti *revizionizmu* a *buržoáznej pavede*. Príkladom *sympatrickej špeciácie* v ekonomickej vede môže byť spomínané vyhraňovanie sa voči iným školám na základe povedzme náboženstva. Sympatrická špeciácia sa však netýka len ekonomickej vedy, ale aj bežného ekonomického vedomia v spoločnosti, v ktorej existujú komunity a skupiny s rozličnými predstavami o hospodárskom živote. V ekonomickej vede sa často stáva, že sa ekonóm tvári akoby skúmal objektívnu realitu, ale pritom manipuluje abstraktnými konštrukciami, resp. mentálnymi modelmi, ktoré sú viac či menej odtrhnuté od objektívnej reality. Pritom však samozrejme fakt, že sa analyzuje mentálny model skonštruovaný nad dajakou objektívnu entitou netreba považovať za nedostatok či chybu, len to treba jasne vypovedať vedecky náležitým spôsobom a nevytvárať dojem, že sa skúma priamo objektívna realita. Ak sa tak učiní, je daná jasná hranica medzi predmetom skúmania *objektívnej reality* a predmetom skúmania určitého, autentickým autorom vytvoreného *mentálneho modelu*. Ak také mentálne modely tvoriace určitý vedný celok potom splňajú požiadavky intersubjektivitu na vyššej úrovni a určitá komunita ekonómov ich takto aj zdieľa a používa, potom možno hovoriť o tom, že existuje *ekonomické vedomie* danej komunity. Táto požiadavka je však zriedkakedy splnená, takže je skôr bežné prelínanie a prekrývanie objektov a predmetov objektívnej reality a virtuálnych entít, resp. mentálnych modelov konkrétnej reality. Virtuálne hospodárstvo (ekonomika) vytvorené (-á) v konkrétnej ekonomike, ale vlastne aj voľnejšia abstrakcia sformovaná do funkčného digitálneho konštruktu umožňujú-

ceho experimentovanie, je legitímnym predmetom ekonomického záujmu a skúmania, takže túto činnosť možno nazvať ekonómiou. V tomto príspevku ide aj o snahu oprávniť tento prístup.

Aby sme sa vyhli možným nedorozumeniam považujeme za správne hneď na začiatku upozorniť, že použitým termínom *virtuálne hospodárstvo (ekonomika)* nemáme na mysli explicitne to, čo opisuje Wikipedia na internete: „*Virtuálna ekonomika (tiež umelá ekonomika)* je *emergentná ekonomika* existujúca v perzistentnom prostredí virtuálneho sveta, v ktorom možno v rámci internetovej hry vymieňať virtuálne tovary.“ Autor hesla vo Wikipedii kladie dôraz na to, že ide o internetovú hru. Skúsenosti, ktoré sme získali pri štúdiu kognitívnych procesov, nám však na druhej strane ukazujú, že aj zúčastňovanie sa na hre v tomto druhu virtuálnej ekonomiky má svoj didaktický zmysel a preto ho považujeme za zmysluplnú činnosť. Nám však v tejto stati ide o také virtuálne entity, ktoré majú priamo pomáhať poznávaciemu procesu či už vo výskume, ale najmä v edukačnom procese. Pritom, samozrejme, je veľmi vítané, ak môžu byť také komputačné kreatúry umiestnené v sieti a prístupné užívateľom podobne ako internetové hry. V tejto stati teda pojmom virtuálna ekonomika rozumieme v prvom priblížení rovnorodú populáciu komputačných kreatúr schopných samostatne riešiť intelektuálne jasne definované úlohy, ktoré tvoria medzi sebou elektronickú komunikačnú sieť, ba táto sieť je organicky prepojitelná s ľudskými subjektmi tak priamo cez osobný počítač účastníka (teda lokálne), alebo cez internet (globálne), čiže môže tvoriť hybridnú sieť s prípadnou emergenciou kvázi kolektívneho vedomia. Na rozdiel od toho, sofistikovanejšie, t. j. *swarm*¹ virtuálne entity nemajú vopred presne stanovené úlohy, ale očakáva sa od nich výsledok na základe podobných evolučných procesov, aké prebiehajú v objektívnej ekonomickej realite. Možnosti z hľadiska zadaného rozsahu state nedovoľujú riešiť obidve formy a tak považujeme za rozumné sústrediť pozornosť na jednoduchšiu z nich, teda na virtuálnu ekonomiku, ktorú tvoria kreatúry schopné plniť presne požadované úlohy. Sú to komputačné entity utvárané *metódou odhora nadol* a nazývame ich pre sledované ciele ekonomickými *softbotmi* a *myslitmi*, čím sa stávajú príbuznými s virtuálnymi ekonomikami definovanými vo Wikipedii. Zásadný rozdiel je v tom, že účastník internetovej hry vstupuje do virtuálneho prostredia, ktoré nemôže meniť, kým v softbotoch a myslitoch môže používateľ okrem toho, že experimentuje s tam prítomnými subjektmi, konštruovať svoje vlastné subjekty pre potreby skúmania, či úloh učenia, podľa svojich špeciálnych potrieb. Mentálne modely v ekonómii pri ich formalizácii veľmi často nadobúdajú formu *2D dynamických systémov*

¹ Swarm je vedecká kategória opisujúca spontánne zjednotenie smeru pohybu členov priestorovo zomknutej skupiny. Dominuje správanie, ktoré udržuje skupinu pokope, a najmä to, že smer pohybu je *spontánne emergentný* výsledok (sukcesia). V anglickej literatúre sa niekedy dáva za príklad rojenie včiel (swarm of honey bees). To však nevystihuje presne tento druh správania, pretože smer určuje kráľovná, teda nie je výsledkom *spontánneho adaptívneho učenia*, nie je to *sukcesia*. V rojení včiel ide skôr o viazanosť členov skupiny na správanie vodcu, čo však lepšie vyjadruje anglický termín *herding*. V ekonómii napríklad *cenové vodcovstvo*.

(teda nie iba čírych 2D diferenciálnych či diferenčných systémov, ale topologických projekcií, t. j. máp). Veľmi zjednodušene vyjadrené ide o to, že v rovine premenných $x \times y$ v prvom kvadrante karteziánskej súradnicovej sústavy sa uvažuje spojitá množina bodov vrátane spojitých bodov súradnicových osí prvého kvadrantu. Tieto začiatkové body sú potenciálnymi bodmi všetkých možných trajektórií iterovaných v danom útvere 2D diferenciálnej alebo diferenčnej rovnice, takže jednotlivé body spojitaj množiny nadobúdajú z hľadiska kvality, t. j. topológie rozdielny význam, čo budeme názorne demonštrovať v ďalšom výklade. Ilúzia evolúcia sa dosahuje iterovaním predmetného 2D formalizmu. Iterovanie takých 2D máp môže viesť k emergencii *absorpčných oblastí*, ktoré v súlade so zavedenou odbornou terminológiou nazývame *absorpčnými areálmi*. Ich hranice vykresľuje sústava *kritických kriviek LC*, ktoré budeme demonštrovať nižšie. V týchto areáloch vznikajú, existujú zvláštne dynamiky, ktoré môžu veľmi dobre poslúžiť pri predstavovaní si *komplexnej dynamiky* v hospodárskych systémoch. Treba však upozorniť na to, že tento termín nie je presným synonymom iného, totiž *chaotického areálu*. Toto je len jeden, ako ilustrácia mienený príklad komplikácií, ktoré sa objavujú pri hlbšom skúmaní mentálnych modelov vytvorených konkrétnymi ekonómami. Je ich, samozrejme, viac a s niektorými z nich čitateľa oboznámime v nasledujúcich odsekoch príspevku.² Jeho všeobecným zámerom je poukázať na dôležitosť jasného určenia predmetu skúmania a osobitne sa zaoberať konkrétnymi novými možnosťami kultivácie metód skúmania mentálnych modelov, resp. virtuálnych hospodárstiev podporované pokročilými produktmi a službami IKT, aplikovanej informatiky (AI), počítačnej inteligencie (CI) a kognitívnych vied. Hlavná prednosť takýchto prístupov spočíva v tom, že možno priamo skúmať budúci, hoci samozrejme len od vlastností predmetného mentálneho modelu závislý vývoj. Na základe toho si však možno ľahšie a lepšie urobiť predstavu aj o budúcom možnom vývoji reálnej ekonomiky, teda takto azda aj kultivovať schopnosť racionálnejšej intuície.³ Nasadenie týchto nových prostriedkov, metód a nástrojov na skúmanie virtuálnych hospodárstiev pomáha zvyšovaniu kvality vedeckých výstupov, ako aj intersubjektivity v rámci širokej komunity nielen teoretických ekonómov, ale aj ľudí v praxi vrátane politikov. Tým paralelne pomáha zvyšovať aj kvalitu poznania objektívnych ekonomických procesov, keďže takéto činnosti výrazne pomáhajú kultivovať imagináciu každého subjektu týkajúcu sa komplexných dynamických procesov, ktoré prebiehajú objektívne v spoločensko-ekonomicknej realite. Jednoduché formy takejto činnosti ilustrujeme experimentovaním vo virtuálnych laboratóriách vytvorených v STELLE, iDMC a v Excele s očakávaním, že si čitateľ všimne ich zložku podporujúcu neintencionálny aspekt učenia.

² Niektoré z takých a podobných sme demonštrovali v našej stati [5].

³ Priznávame sa, že vychádzame z ad hoc predpokladu o intuícii ako výsledku evolúcie v genofonde, ako aj evolúcie prebiehajúcej u autentického fenotypového jedinca *neintencionálnym učením*. K tomu pridávame, že intuícia sa dá zušľachtovať aj zámerne a experimentovanie vo virtuálnych laboratóriách je jeho dôležitou formou. Intuíciu teda považujeme za výsledok v minulosti prebiehajúceho genotypového aj fenotypového učenia, nie je daná akosi „zhora“ povestným dýchnutím na Adama uhneteného z hlíny, získal ju až potom a my všetci takisto.

2 Ekonomía virtuálnej ekonomiky vytvorenej postupom zhora nadol a zdola nahor

Kým hospodárstvo v objektívnej realite sa vyvíja spontánne, v prevažnej väčšine virtuálnych ekonomík ide o transformáciu mentálneho modelu konkrétneho autora do digitálnej formy virtuálneho laboratória, resp. softbotu, či inej kreatúry. Prudký rozvoj v oblasti IKT a najmä *komputačnej inteligencie (CI)* a výsledky *kognitívnych vied (CS)* viedli k tomu, že aj virtuálne hospodárstvo sa môže vo vhodnom softvérovom prostredí v istej miere spontánne vyvíjať, takže ho možno skúmať akoby to bolo určitým spôsobom živé, žijúce hospodárstvo. Takáto *komputačná kreatúra (myslit)* je ten typ, ktorý vzniká metódou zdola nahor a predstavuje veľký pokrok v poznávacom procese *komplexne evolvujúcich dynamických systémov*. Ide o to, že výsledky budúceho vývoja nie sú dané tvorcom mentálneho modelu a teda v ňom prítomné, ako je to v prípade virtuálnych hospodárstiev vytváraných zhora nadol (*softboty*), t. j. potom vytvorených ich priamou transformáciou do patričnej digitálnej formy vo vhodnom softvéri, sú tam teda už akoby vopred inherentne stelesnené⁴; v druhom prípade virtuálnych hospodárstiev udalosti „klíčia“ a vyvíjajú sa až po spustení programu, takže každá spustená evolúcia je autentická, odlišná od inej, presnejšie je hovoriť o emergencii jedinečných vývojev. Softbot má spravidla vopred presne určené činnosti a úlohy, ktoré má plniť, kým myslieť sa vyvíja v priebehu virtuálnej evolúcie. V prípade softbotu nanešťastie tvorca vnáša do svojej kreatúry aj vlastné predsudky a tak vopred predurčuje experimentom získané výsledky. Má to však predsa aj prínos spočívajúci v tom, že experiment odhalí prípadné nedostatky v imaginácii tvorca. Aby boli budúce histórie naozaj jedinečné, tvorca umelého hospodárstva by sa mal snažiť minimalizovať predpoklady o celkovom správaní a najmä by nemal vybaviť agentov príliš sofistikovanými vlastnosťami a nechať, aby sa tie vlastnosti vytvorili počas virtuálnej evolúcie. Uvedené požiadavky sme pokusne nazvali *princípom minima* pri vytváraní virtuálnych hospodárstiev postupom *zdola nahor*. Vhodným prístupom ku konštrukcii takých kreatúr je obvykle aplikácia metód z oblasti *multiagentových systémov* [9], [12], [15], [26], *komputačných neurónových sietí* [29], [35], *genetických algoritmov*, [24], [27], *evolučného programovania* [6], [7], [8], [14], a podobne. Žiaľ, vzhľadom na rozsah state nemožno sa zaoberať obidvoma prístupmi súbežne, hoci by to bolo veľmi užitočné. V tejto situácii považujeme za účelné sústrediť sa na jednoduchšie z nich, ktorými sú virtuálne hospodárstva tvorené metódou zhora nadol. V takomto prípade autentický ekonóm vytvorí mentálny model, ktorý sa formalizuje (sformuje sa topologická projekcia, resp. mapa), podrobí sa matematickej analýze a pretransformuje sa do podoby virtuálneho laboratória vo vhodnom softvéri. Vznikne tak softvérová entita (softbot), ktorý je subjektom vytvoreným analógom,

⁴ Tu považujeme za výsostne dôležité zdôrazniť, že v tom mentálnom modeli nemusí byť nevyhnutne prítomná intencionalita autora, spravidla tam ani nie je. Čo tam všetko v jeho formalizovanej verzii je ukáže niekedy až nasledujúca matematická analýza alebo až virtuálny experiment. Potom je z toho, resp. môže byť aj spätná väzba overujúca správnosť uvažovania autora mentálneho modelu, čo je tiež veľká výhoda tohto postupu.

metaforou určitej väčšej či menšej časti daktorého reálneho hospodárstva. Taký produkt a manipuláciu s ním nazývame virtuálnym hospodárstvom. Nižšie predstavíme prostredníctvom softvéru iDMC jeden taký prípad, ktorý vhodne demonštruje predmetnú problematiku.

3 Pôvod evolučnej dynamiky hospodárstva

Vyššie spomínaný guru⁵ ekonómie minulého storočia J. M. Keynes položil na rozdiel od ekonómov druhej polovice 19. storočia⁶ dôraz na *efektívny dopyt*, resp. zjednodušene na efektívny nákup tovarov na strane spotrebiteľov v minulom hospodárskom roku. Ak by tento časový rozdiel bol zahrnutý do modelu, dostali by sme mierne zdynamizovanú (či komparatívnu) verziu statického modelu Keynesa. Reálnejšie vyzerajúca evolučná dynamika nezávisí až tak veľmi od spotreby, ako to predpokladal Keynes, ale najmä od anticipácií podnikateľov pokiaľ ide o vývoj a možno ešte viac, v dlhodobej dynamike od výsledkov základného aplikovaného výskumu premeneného podnikateľmi na reálne inovácie. Práve tieto činy podnikateľov vnášajú do ekonomiky perturbácie, ktoré narušujú jej minulé štruktúrnú rovnováhu. Narušenie štruktúrnej rovnováhy je to, čo vošlo do učebníc v podobe Schumpeterovej *kreatívnej deštrukcie*. Zahnutie týchto činiteľov dynamizuje modely, a nie číre vloženie časovej dimenzie, ako sa to nesprávne zvykne písať, lebo zavedenie času, resp. krokov vytvára len úsečku zvolenej dĺžky, nad ktorou sa niečo deje.

Na jednoduchú demonštráciu uvedených súvislostí sme vybrali konštrukciu M. Linesovej jednak preto, že je spoluautorkou zariadenia iDMC, a tiež preto, že sa veľmi dobre hodí na demonštráciu predmetných problémov tohto príspevku. Konštruktérka tohto modelu vychádza v zásade zo Samuelsonovej koncepcie, uverejnenej ešte v roku 1938, ktorá zahŕňa *Keynesovský multiplikátor*. Ako je dnes známe už aj z učebníc ekonómie, P. A. Samuelson dal do súvisu *multiplikačný faktor* s výdavkami národného dôchodku spolu s *akceleračným princípom*, a to tak, že *indukované investície* sú proporcionálne k rastu *spotreby*. Taktó, pôsobením multiplikačného efektu, vedie rast investícií k rastu outputu, resp. národného dôchodku Y , resp. *HDP*, a potom aj spotreby, čo zasa na druhej strane (v dôsledku rastu dopytu po spotrebných predmetoch a službách na trhu) vedie, pôsobením akcelérátora⁷, k rastu *investícií*. Čoskoro sa zistilo, že tento *spätoväzbový mechanizmus* vedie k emergencii *cyklického správania* outputu Q , resp. v Keynesovom značení symbolu národného dôchodku, t. j. Y -nu. Taktó vznikol veľmi ilustratívny mentálny model, ktorý po prevedení do formálnej matematickej podoby sa dá prepísať do jazyka LUA v iDMC a vytvoriť tak didakticky veľmi užitočné virtuálne laboratórium. V záujme názor-

⁵ Použili sme tento názov vo význame hinduistického diela *Upanišad* od filozofa Advayataraka, t. j. ide tu o majstra, ktorý rozsvetuje tmavé miesta alebo rozpúšťa hmlu.

⁶ Z nich konkrétne máme na mysli J. B. Saya a jeho teóriu trhov (tzv. Sayov zákon trhu), ktoré si samé utvárajú dopyt. Rovnaká reminiscencia by sa mohla týkať aj jeho *teórie výrobných činiteľov*.

⁷ Pokiaľ je nám známe, s koncepciou akcelérátora prišli v dvadsiatych rokoch minulého storočia nezávisle od seba Thomas Nixon Carver a Albert Aftalion.

ného predstavenia súvislostí, ktoré sledujeme v tejto stati, použijeme logiku formalizácie mentálneho modelu, ktorú použila M. Linesová, pretože je jedna z tých, ktorá je veľmi vhodná na daný účel.

Autorka zavádza pre vývoj spotreby v čase štandardný, vlastne učebnicový vzťah, v ktorom prítomná spotreba proporcionálne závisí od minuloročného dôchodku, teda

$$C_t = bY_{t-1}, \quad 0 < b < 1 \quad (1)$$

kde koeficient proporcionality b ... sa identifikuje ako *sklon k spotrebe* (avšak tento koeficient je nezávislý od hodnoty dôchodku v predchádzajúcom období). O investíciách sa v tomto prístupe predpokladá, že sa skladajú z dvoch častí, takže sú jednak ako (prvá) časť *autonómne a nezávislé od hospodárskeho cyklu*, ktoré autorka označuje symbolom I_a , a jednak je tu (druhá) časť, ktorá je *indukovaná* a teda proporcionálna k zmenám spotreby s *akceleračným koeficientom* k^8 . Na základe tohto predpokladu M. Linesová zavádza pre *celkové investície* vzťah

$$I_t = I_a + k(C_t - C_{t-1}), \text{ kde } k > 0 \quad (2)$$

Pre jednoduchší výklad autorka uprednostnila predpoklad o uzavretej ekonomike (predpokladá sa teda, že output sa plne využije v podobe spotrebných a investičných statkov doma, t. j. podmienkou rovnováhy je v ekonómii bežná rovnosť $Y_t = C_t + I_t$). Takže kombináciou premenných na pravej strane uvedenej rovnosti utvorila M. Linesová *lineárnu diferenčnú rovnicu druhého⁹ rádu* pre premennú národného dôchodku

$$Y_t = I_a + b(1 + k)Y_{t-1} - bkY_{t-2}. \quad (3)$$

Fixný bod rovnice (3), ktorý určuje rovnovážny output pre dlhé obdobie sa dá určiť ako

$$\psi = \frac{1}{1-b} I_a. \quad (4)$$

Je dôležité si uvedomiť, že stabilita tohto fixného bodu si vyžaduje splnenie

nerovnosti $b < \frac{1}{k}$. *Tlmené oscilácie* (teda procesy priťahovania stavového bodu

⁸ Aftalion je u nás známejší ako vyššie spomínaný Carver.

⁹ Treba pripomenúť, že zavedením ďalšieho obdobia, t. j. $t-2$, vznikajú pre konštrukciu modelu vo virtuálnej realite určité ťažkosti, ktoré sa však dajú riešiť šikovným matematickým trikom.

¹⁰ V jazyku LUA sa grécka abeceda musí rozpisovať, takže miesto, v tomto prípade y , budeme písať yps a miesto vzťahu (3) vzťah $yps = i/(1-b)$, a podobne aj v ostatných prípadoch, pozri blok textu (matematických vzťahov) nižšie.

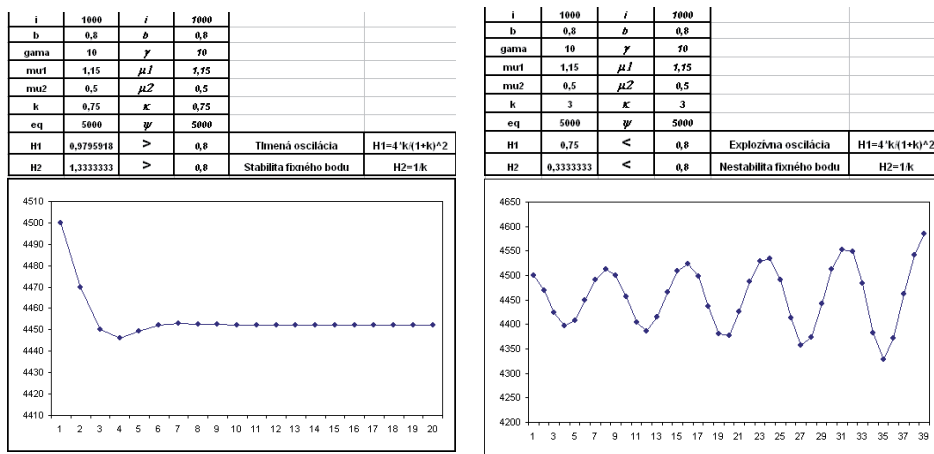
k fixnému bodu v iteračnom procese) sa vyskytnú iba medzi hranicami danými nerovnosťami z jednej strany $b < \frac{1}{k}$, a z druhej $b < \frac{4k}{(1+k)^2}$. Vidíme teda, že sa

súvislosti dajú, v jednotlivých prípadoch, určiť aj analyticky, čo treba z didaktického hľadiska považovať za prínosné v kontexte zámeru experimentovania vo virtuálnom laboratóriu. Vzájomná súhra medzi akcelerátorom a multiplikátorom dáva vznik časovým krokom hospodárskeho cyklu. Na druhej strane však zmeny v hospodárskej aktivite majú za následok buď utlmenie oscilácií, ba v špeciálnom prípade aj ich vymiznutie, alebo naopak ich explóziu, pričom trvajúce cykly sa vyskytnú iba pre negenerické okrajové prípady. Pre lepšiu predstavu sme, vychádzajúc v ústrety čitateľom bežne používajúcich tabuľkový procesor Excel vytvorili pre tento model najprv zariadenie práve v ňom, výsledky experimentovania s ním uvádzame na snímkach nižšie.

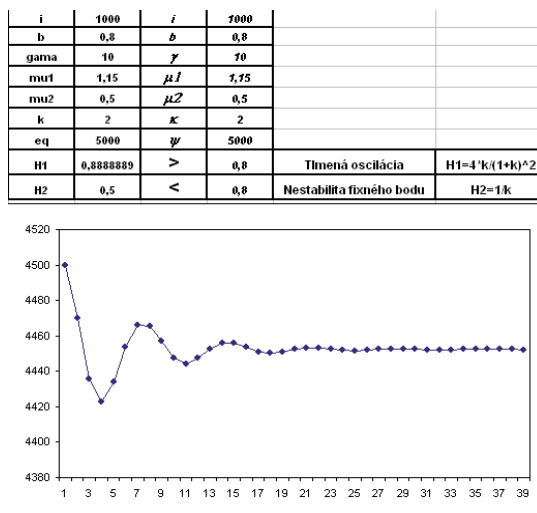
Na ľavej snímke na obr. č. 1 sú vzťahy, parametrické údaje a graf pre vytvorenie tlmenej oscilácie, ktorá sa končí v stabilnom fixnom bode ďalej označovanom symbolom O (tu ide o proces, ktorý nazývame atrakciou). Na pravej strane je zase snímka nestabilného fixného bodu, od ktorého sa „oddeliť“ evolúcia a explozívne sa od neho vzdiaľuje (amplitúda oscilácií narastá, v danom prípade hovoríme o repellentnom procese).

Obr. č. 1

Ukážky zmien topologickej identity kvalitatívnych útvarov s rôznymi hodnotami parametrov



Ďalšia situácia znázorňujúca tmenú osciláciu v modeli – charakter atraktívneho fókus



Urobili sme ešte aj tretí experiment (snímka vľavo na obr. č. 2), v ktorom sa tiež vynorila tmená oscilácia, ale táto evolúcia tentoraz nevedie priamo k stabilnému fixnému bodu, len sa k nemu približuje, ale aj tu možno hovoriť o *lokálnej stabilite* systému. Na rozdiel od toho o *globálnej stabilite* systému hovoríme, keď sa v štvorci $Y \times \Psi$ utvorí *orbita* alebo *uzavretá invariantná krivka UIK*, kde (presnejšie nad nimi) *rotuje stavový bod* systému, čo bude zviditeľnené snímkami z experimentovania v iDMC nižšie. Vlastný prínos M. Linesovej k pôvodnému Samuelsonovmu modelu spočíva jednak v zavedení dvoch druhov *očakávaní* do pôvodného modelu, čím sa stal *komplexným*¹¹ vo vedeckom zmysle tohto termínu, a jednak v experimentoch vo virtuálnom laboratóriu v iDMC a v ich identifikácii a implementácii do ekonomickej teórie. Jej prístup je inšpiratívny a dobre sa hodí na demonštráciu našich zámerov v tejto stati, a to aj tým, že spôsobom vloženia matematického formalizmu modelu ukázala a dovolila nám použiť ňou vytvorenú rutinu, zručnosť, ako sa dajú robiť sofistikovanejšie ekonomické laboratóriá v iDMC.

Autorka modelu predpokladá, konvenčne, ako sme už naznačili vyššie, že spotreba závisí od *očakávanej hodnoty bežného dôchodku*, čo je podmienené hodnotou dôchodku z predchádzajúceho obdobia. Túto závislosť vyjadruje rovnica:

$$C_t = bE_{t-1}[Y_t] \quad (5)$$

¹¹ Komplexitu v sociálno-ekonomických systémoch či organizmoch spôsobujú subjekty, ktoré ich tvoria, a to preto, lebo sa môžu slobodne rozhodovať a konať, čo je veľmi odlišné od komplexity v prírodných alebo technických systémoch (hoci treba uznať, že v ekologických procesoch konajú príslušníci stáda, roja alebo svorky slobodne). Rozdiel u spoločenského hmyzu spočíva v priamejšej stigmergii vďaka feromónom.

Zložený symbol $E_{t-1}[Y_t]$ vyjadruje *agregované očakávania*, ktoré sa formujú

ako *vážený priemer* z dvoch *parciálnych očakávaní*: a) *extrapolačné očakávania* (v nich prevláda silný vplyv zotrvačnosti), značené horným indexom a , a b) *revertibilné očakávania*, značené horným indexom b , na základe čoho možno získať vzťah

$$E_{t-1}[Y_t] = w_t E_{t-1}^a[Y_t] + (1 - w_t) E_{t-1}^b[Y_t] \quad (6)$$

kde pre váhový koeficient w platí, že $0 < w < 1$.

Očakávania sa formujú s ohľadom na „dlhodobú“ rovnováhu, ktorá sa berie akoby to bol fixný bod Samuelsonovho lineárneho modelu hospodárskeho cyklu,

t. j. ako ψ , takže platí rovnosť $\psi = \frac{I_a}{1-b}$. V prípade, že sme predstavou v polohe

extrapolačných očakávaní či v línii trendu, *formačné pravidlo* agentov je buď *optimistická viera* v *konjunktúru*, alebo naopak, *pesimistická viera* v *depreziu*. Tieto dva druhy očakávaní autorka modelu formálne zapisuje, pričom druh ako

$$E_{t-1}^a[Y_t] = Y_{t-1} + \mu_1(Y_{t-1} - \psi), \text{ pričom musí platiť, že } \mu_1 > 0. \quad (7)$$

Ak je dôchodok nad (pod) hodnotou dlhohodej rovnováhy ψ , potom sa agenti ocitli v presvedčení, že hospodárstvo je v konjunktúre (v depresii), a na základe toho predvídajú, že národný dôchodok zostane na vysokej (nízkej) úrovni aj naďalej.

Druhý druh očakávania, t. j. *očakávania reverzibilnej rovnováhy*, M. Linesová

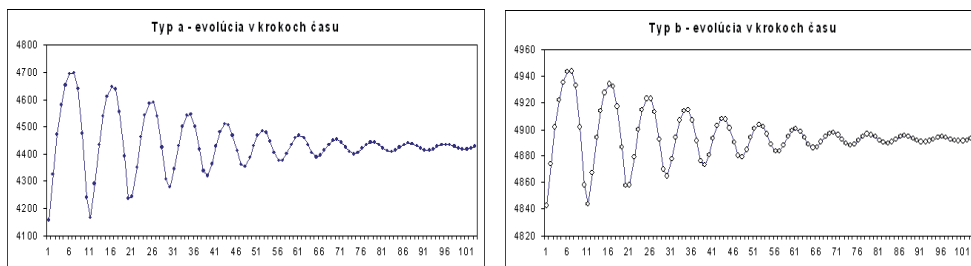
$$\text{formuluje ako } E_{t-1}^b[Y_t] = Y_{t-1} + \mu_2(\psi - Y_{t-1}), \text{ pričom musí platiť, že } 0 < \mu_2 < 1, \quad (8)$$

kde μ_2 zahrnuje *agentom očakávaní adjustačnú rýchlosť outputu voči hodnote dlhohodej rovnováhy*. Toto sme zasa pre lepšiu názornosť urobili v Exceli (snímka vľavo na obr. č. 3).

Jednotlivé experimenty ukazujú veľký rozdiel vo vplyve obidvoch typov očakávaní na amplitúdu fluktuácie. Aby to vyniklo ešte viac, urobili sme priemet evolúcie obidvoch parametrov do jednej súradnicovej sústavy. Čím viac sa hospodárstvo odkláňa od hodnoty ψ , tým menšiu váhu pripisujú agenti extrapolačným očakávaniam, čiže agenti zotrávajú vo viere, že extrémne ekonomické podmienky sú dlhodobo neudržateľné.

Obr. č. 3

Diskrétné časové trajektórie vytvorené v tabuľkovom procesore Excel



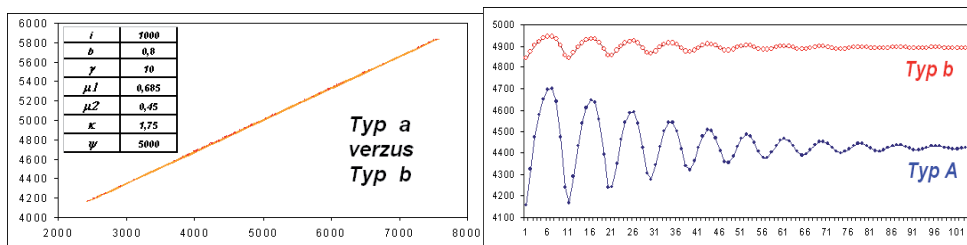
Vyjadrené formálne, relatívny vplyv pravidla extrapoláčnych očakávaní závisí od veľkosti odklonu dôchodku od svojej rovnovážnej hodnoty v čase formovania očakávaní

$$w_t = \frac{1}{1 + \left(\gamma \left(\frac{Y_{t-1} - \psi}{\psi} \right) \right)^2}, \text{ kde } \gamma = 0 \quad (9)$$

s tým, že γ v danom prípade považujeme za škálovací činiteľ. Keďže malé číslo umocnené na druhú je ešte menšie číslo, medzera v percentách je o dosť menšia ako jednotka. Aby bola väčšia, treba meniť hodnoty škálovacieho faktora γ .

Obr. č. 4

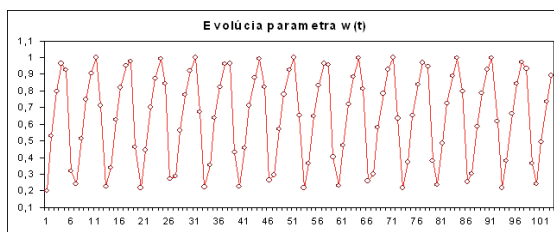
Experimenty s modelom v tabuľkovom procesore Excel



V tabuľkovom procesore Excel sme urobili nasledujúci experiment pri veľmi vysokej hodnote γ , t. j. $\gamma = 20$, pozri obr. č. 5.

Obr. č. 5

Globálne kvázi stabilná situácia v modeli



Pre potreby ďalšieho výkladu a formovanie modelu treba urobiť ďalšie operácie.

Nelineárnu diferenčnú rovnicu druhého rádu $Y_t = f(Y_{t-1}, Y_{t-2})$ prevedieme na

rovnicu prvého rádu $Y_t = f(Y_t, Z_t)$ použitím umelej premennej $Z_t = Y_{t-1}$, takže dostávame sústavu prvého rádu

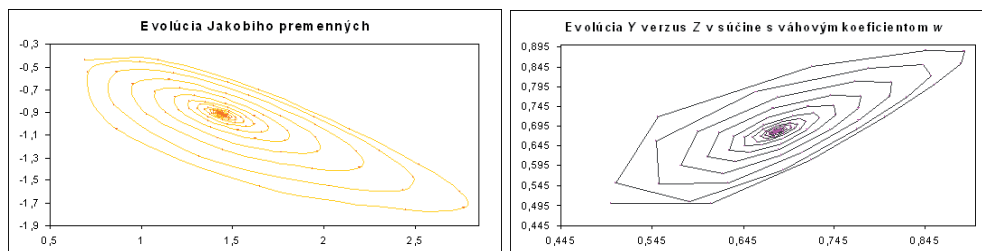
$$\begin{aligned} Y_t &= I_a + b(1+k)E_{t-1}[Y_t] - bkE_{t-2}[Z_t] \\ Z_t &= Y_{t-1}, \end{aligned} \quad (10)$$

diferencovaním ktorej, podľa obidvoch premenných, dostaneme Jakobiho maticu

$$J(Y, Z) = \begin{pmatrix} b(1+k) \frac{dE_{t-1}[Y_t]}{dY_{t-1}} & -bk \frac{dE_{t-2}[Z_t]}{dZ_{t-1}} \\ 1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (11)$$

Obr. č. 6

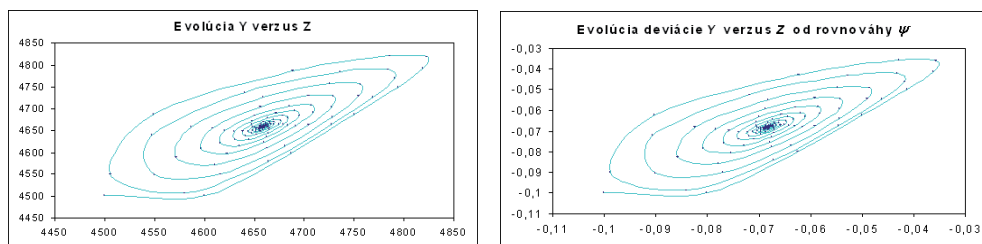
Vizualizácia fókusov vznikajúcich pri určitom nastavení parametrov



Aj v tomto prípade sme urobili len na ilustráciu (obr. č. 7, obr. č. 8 a obr. č. 9) experiment v Excele, t. j. nechali sme v experimente evolvovať premenné Jakobiho množiny; zaujímavé výsledky sú na snímkach obr. č. 8, na ktorom sme body označili aj číselnými hodnotami.

Obr. č. 7

Vizualizácia odlišných kvalitatívnych režimov vznikajúcich pri iteráciách



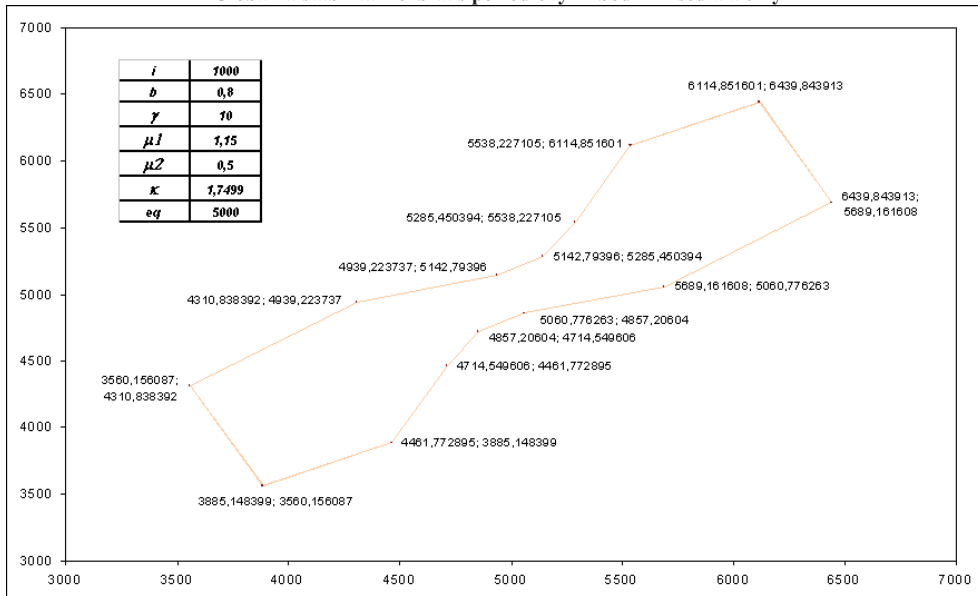
Na základe našich minulých skúseností sme presvedčení, že uvedené ilustrácie z experimentov v Excele nám môžu pomôcť lepšie porozumieť tvorbe modelu v prostredí iDMC, takže teraz už možno pristúpiť ku konštruovaniu vlastného virtuálneho laboratória. Vzorce a rovnice, ktoré sme odvodili v súlade s postupom M. Linesovej, teraz musíme prispôbiť požiadavkám prostredia iDMC v jazyku LUA (ktorý beží pod Javou).

Takto namiesto vyššie uvedeného výrazu $E_{t-1}[Y_t]$ a výrazu $E_{t-2}[Z_t]$ zavedieme formuly $(wY * e1Y + (1-wY) * e2Y)$ a $(wZ * e1Z + (1-wZ) * e2Z)$, v ktorých $e1Y = Y + mu1 * (Y - yps)$ a $e2Y = Y + mu2 * (yps - Y)$ a obdobne $e1Z = Z + mu1 * (Z - yps)$ a $e2Z = Z + mu2 * (yps - Z)$, pričom $yps = i/(1-b)$. V Jakobiáne $J(Y,Z)$ zasa namiesto

$$\text{výrazu } \frac{dE_{t-1}[Y_t]}{dY_{t-1}} \text{ a výrazu } \frac{dE_{t-2}[Z_t]}{dZ_{t-1}}$$

Obr. č. 8

Globálna stabilita – orbita s periodickými bodmi – sedlá a uzly



vystupujú vo formáte iDMC formuly $wY*(mu1+mu2)*(2*wY-1) + (1 - mu2)$ a $wZ*(mu1+mu2)*(2*wZ-1) + (1 - mu2)$ pričom $wY = 1 / (1 + \gamma^2 * devY^2)$ a $wZ = 1 / (1 + \gamma^2 * devZ^2)$ kde $devY = (Y - yps)/yps$ a $devZ = (Z - yps)/yps$. Na základe uvedených transformácií by sme už mohli sformulovať vzťahy vo virtuálnom laboratóriu iDMC. M. Linesovej zápis tohto laboratória je v nasledujúcom textovom bloku a naša prax v experimentovaní s ním dokázala, že v tejto podobe zabezpečuje všetky možnosti pre experimentovanie a tým zlepšovania obrazotvornosti v prípade komplexných dynamických systémov. Laboratórium v iDMC sme nazvali skratkou *multiacce* od anglických pojmov multiplier, *accelerator*¹².

¹² Pôvodné laboratórium M. Linesovej bolo označené ako *multacc* a tiež sme ho vložili do jedného nášho PC pod týmto symbolom.

Výpis programu:

```
--% ft| AbsorbingArea sn| i:~1000~b:~0.8~gama:~10~mu1:~0.7~mu2:~0.5~k:~2~epsi:~100~iter:~1000~ n| #0 d| 1000 n| #1 d| 0.8 n| #2 d| 10 n| #3 d| 0.7 n| #4 d| 0.5 n| #5 d| 2 n| #6 d| 100 n| #7 d| 1000 n| #8 d| 100 n| #9 d| 0 n| #10 d| 10000 n| #11 d| 0 n| #12 d| 10000
--% ft| TRAJECTORY_T0_V0_A1_O0 sn|
Y:~7000.001~Z:~5000~i:~1000~b:~0.8~gama:~10~mu1:~0.6~mu2:~0.5~k:~2.1~ n| #0 d| 7000.001 n| #1 d| 5000 n| #2 d| 1000 n| #3 d| 0.8 n| #4 d| 10 n| #5 d| 0.6 n| #6 d| 0.5 n| #7 d| 2.1 n| #8 d| 0 n| #9 d| 50 n| #10 d| 100000 n| #11 d| Y n| #12 d| Z
--@@@
name = „multiacce“
description = „multiplikátor akcelerátor s Jakobiánom“
type = „D“
parameters = {„i“, „b“, „gama“, „mu1“, „mu2“, „k“}
variables = {„Y“, „Z“}
-- s Jakobiánom
function f(i, b, gama, mu1, mu2, k, Y, Z)
    yps = i/(1-b)
    devY = (Y - yps)/yps
    devZ = (Z - yps)/yps
    e1Y = Y + mu1 * (Y - yps)
    e2Y = Y + mu2 * (yps - Y)
    e1Z = Z + mu1 * (Z - yps)
    e2Z = Z + mu2 * (yps - Z)
    wY = 1 / (1 + gama^2 * devY^2)
    wZ = 1 / (1 + gama^2 * devZ^2)
    Y1 = i + b*(1+k) * (wY * e1Y + (1-wY) * e2Y) - k*b*(wZ * e1Z + (1-wZ) * e2Z)
    Z1 = Y
    return Y1, Z1
end
function Jf(i, b, gama, mu1, mu2, k, Y, Z, wY, wZ)
    yps = i/(1-b)
    devY = (Y - yps)/yps
    devZ = (Z - yps)/yps
    wY = 1 / (1 + gama^2 * devY^2)
    wZ = 1 / (1 + gama^2 * devZ^2)
    F = b*(1+k)*(wY*(mu1+mu2)*(2*wY-1) + (1 - mu2))
    G = -b*k*(wZ*(mu1+mu2)*(2*wZ-1) + (1 - mu2))
    return F,G,1,0
end13
```

¹³ Prostredie iDMC neprijíma vkladanie písmen gréckej abecedy, takže ich treba vyhlásovať.

Obr. č. 9

$$\begin{aligned}
 yps &= i/(1-b) \\
 devY &= (Y - yps)/yps \\
 devZ &= (Z - yps)/yps \\
 e1Y &= Y + mu1 * (Y - yps) \\
 e2Y &= Y + mu2 * (yps - Y) \\
 e1Z &= Z + mu1 * (Z - yps) \\
 e2Z &= Z + mu2 * (yps - Z) \\
 wY &= 1 / (1 + gama^2 * devY^2) \\
 wZ &= 1 / (1 + gama^2 * devZ^2)
 \end{aligned}$$

Na obr. č. 9 sme umiestnili snímku pomocných vzťahov pre zdôraznenie, že si treba všimnúť vo vyššie uvedenom bloku tieto vzťahy slúžiace na ľahšie skonštruovanie laboratória (tento postup je inováciou M. Linesovej). Ale hlavný vzťah, t. j. nelineárna diferencná rovnica druhého rádu¹⁴, v ktorej sa použili uvedené pomocné vzťahy, je uvedený v rámečku nižšie

$$Y1 = i + b*(1+k) * (wY * e1Y + (1-wY) * e2Y) - k*b*(wZ * e1Z)$$

Hlavná formula Jakobiánu je

$$F = b*(1+k)*(wY*(mu1+mu2)*(2*wY-1) + (1 - mu2))$$

$$G = -b*k*(wZ*(mu1+mu2)*(2*wZ-1) + (1 - mu2))$$

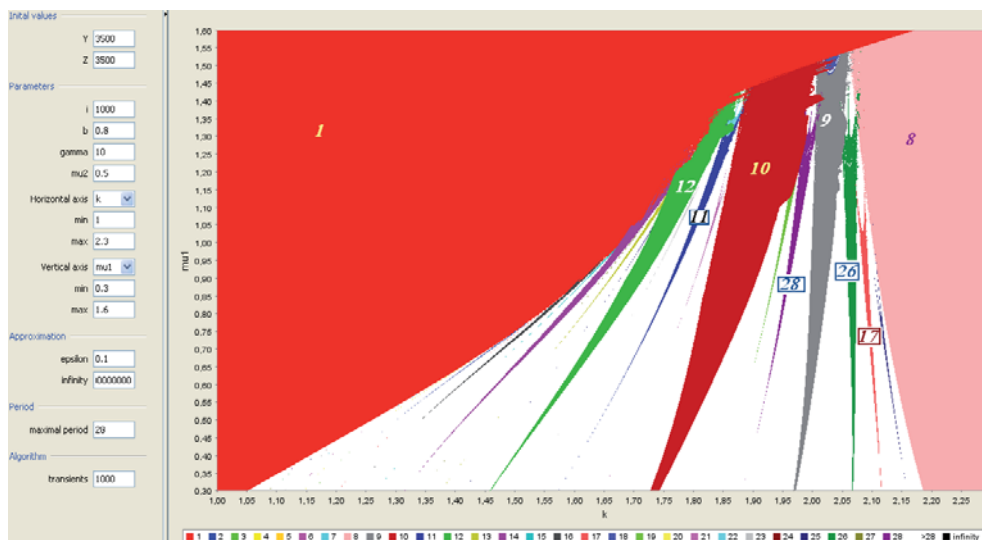
Na nasledujúcej snímke je experiment s vývojom parametrov k a $\mu 1$. Snímku možno chápať jednak ako *bifurkačnú mapu* týchto dvoch parametrov a jednak ako ich *bazén atrakcie (bazén atrakcie parametrov k versus $\mu 1$)*. Tieto parametre sa menia v rozsahu $k \in (1, 2.3)$, $\mu 1 \in (0, 1.6)$. Ostatné parametre a začiatočné hodnoty premenných sú nastavené takto: $b=0.8$, čo dáva hodnotu *Samuelsonovmu fixnému bodu pre lineárny model* $\psi=5000$, $\mu 2=0.5$, $\gamma=10$, $I_a=1000$, $Y_0=3500$, a $Z_0=3500$. Uvedenú simuláciu sme urobili čiastočne podľa návodu M. Linesovej v iDMC tak, že sme nastavili algoritmus: – nekonečno na 10^6 , – posun na 5000, – maximálny počet periód na 20 a presnosť epsilonovej množiny na 0.1. Tieto nastavenia pre experiment sú viditeľné v okienkach snímky. Parametrický priestor k versus $\mu 1$ viditeľný na snímke predstavuje, približne vzaté, tri väčšie zóny. Pretože pre tlač sme museli použiť čiernobiely obrázok¹⁵, farby z prostredia iDMC sme očíslovali tak, ako je to na lište farieb periód. Oblasť „1“ (v iDmc červená) vľavo predstavuje stabilné fixné body.

¹⁴ Treba zdôrazniť, že v laboratóriu sa experimentuje vlastne s *topologickou projekciou*, resp. *mapou*.

$$T: \begin{cases} Y' = i + b(1+k)[wYe1Y + (1-wY)e2Y] - kb[wZe1Z + (1-wZ)e2Z] \\ Z' = Y \end{cases}$$

¹⁵ Čitateľ si zaiste všimol, že sa veľmi často explicitne odvolávame na M. Linesovú. Aj v tomto kontexte týkajúcej sa zmienky o nevýhode čiernobielej tlače je to jednoznačný autorský zámer, ktorým si autor príspevku sľubuje, že zainteresovaný čitateľ vstúpi na jej stránku na internete a tým sa sám uvedie do kvalitatívne úplne novej polohy, pretože tak dostane možnosť sám si vyskúšať to, čo v tejto stati autor uvádza.

Takzvané Arnoldove jazyky dosiahnuté variovaním dvoch parametrov súbežne

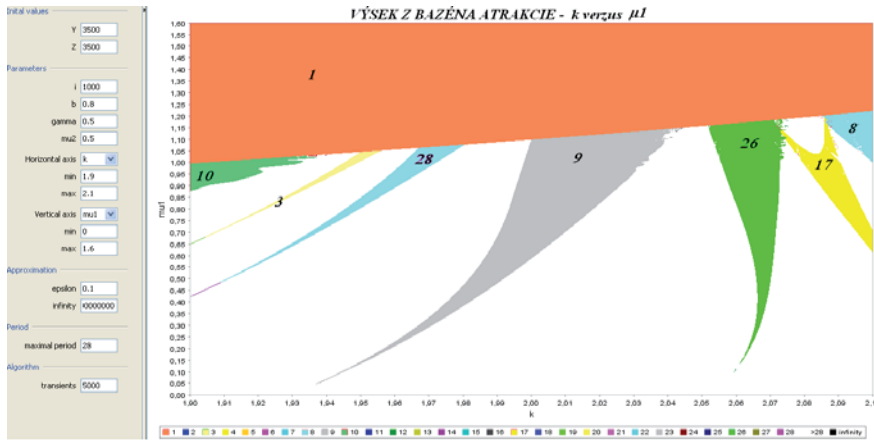


Na hodnote $\mu l = 0.25$ atraktorom je Samuelsonovská rovnováha, nad ňou trajektórie priťahuje buď \bar{Y}_1 , alebo \bar{Y}_2 , v závislosti od začiatkových hodnôt, a napokon pod touto kritickou hodnotou je vidlicová bifurkácia (to sa však na túto snímku nezmestilo). Keď sa na snímke pohybujeme doprava, biela oblasť predstavuje kvázi periodické fluktuácie, potom sú tam periodické fluktuácie vyššieho rádu alebo deterministický chaos, kým viacfarebné tzv. Arnoldove jazyky (čísla „9“, „10“, „11“, „12“, a „17“, „26“, „28“), predstavujú stabilné periodické cykly. Akási balistická krivka vystrelená z úrovne Samuelsonovej rovnováhy $\mu l = 0.25$ a končiacia zhruba na úrovni $\mu l = 0.75$ na ľavom okraji snímky (bohužiaľ iDMC použil farbu, ktorá sa pri konverzii na čiernobiely stratila, takže na snímke túto krivku nevidieť) predstavuje kritické hodnoty Neimarkovských (v danom prípade subkritických) bifurkácií¹⁶ uvedených dvoch fixných bodov \bar{Y}_1 , alebo \bar{Y}_2 , ktoré sú vpravo od krivky nestabilné. Veľká oblasť úplne vpravo označená ako „8“ (v iDMC ružová) predstavuje cykly s ôsmimi periódami. Treba ešte dodať, že vysoké hodnoty akcelerátora vedú k nestabilite, pretože podnikatelia sa snažia intenzívne investovať – v dôsledku rastúceho dopytu po tovaroch sa snažia udržať sa na tejto rastovej vlně. Hodnoty akcelerátora k nad 2.3 vedú k nerealistickým fluktuáciám, čo by v konečnom dôsledku znevažovalo závery odvodené z takých experimentov. Napokon racionálna obozretnosť nás vedie k tomu, aby sme mali ustavične na zreteli, že ide len a len o metafory a musíme sa brániť ilúzii, že skúmame objektívnu realitu. Autor príspevku často zdôrazňuje, že účelom teoretizovania ekonóma je kultivovať svoje imaginatívne schopnosti a tak sa lepšie pripraviť na uvažovanie o veľmi komplexnej a dynamickej objektívnej ekonomickej realite. Prístupy, metódy a nástroje prezentované v príspevku majú slúžiť práve na to a čitateľ by nemal podozrievať autora, že

¹⁶ V odbornej literatúre sa častejšie stretávame s označením Neimarkove-Sackerove bifurkácie.

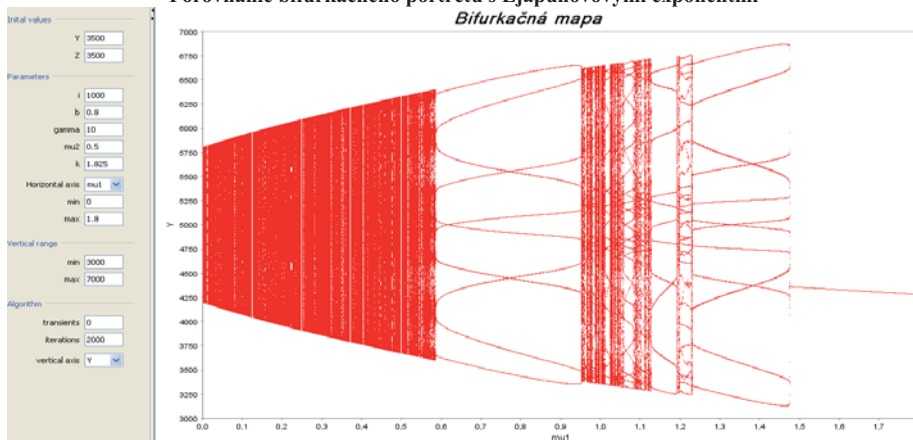
Obr. č. 11

Detailná ukážka Arnoľdových jazykov – zväčšenina



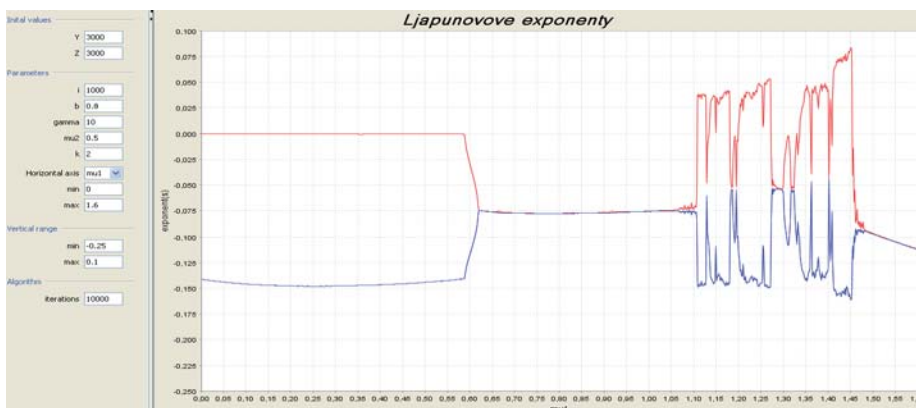
sa skryte snaží skúmať objektívnu realitu. Pre lepšie rozlíšenie *Arnoľdových jazykov*¹⁷ na predchádzajúcej snímke sme z nej urobili zväčšeninu a výsek (obr. č. 11). Na snímke na obr. č. 12 sme spojili jednoparametrový bifurkačný diagram s diagramom Ljapunovových exponentov¹⁸ tak, aby sa na horizontálnej osi obidvoch diagramov kryli hodnoty bifurkačného parametra μ_1 a takto mohli porovnať bifurkačné udalosti a zmeny v stabilite systému.

Obr. č. 12

Porovnanie bifurkačného portrétu s Ljapunovými exponentmi
Bifurkačná mapa

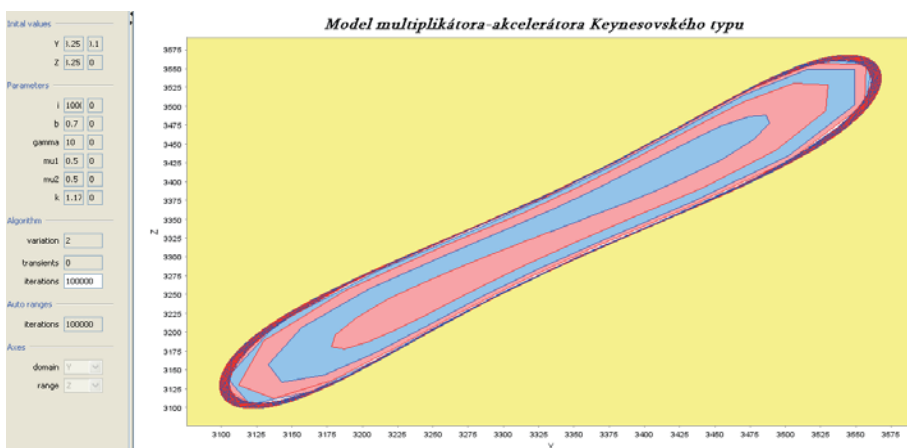
¹⁷ Tieto kvalitatívne útvary sú nazvané podľa významného ruského matematika *Vladimira Igorjeviča Arnoľda* (zomrel roku 2008), žiaka a doktoranda slávneho matematika *Andreja Nikolajeviča Kolmogorova*. Pre ekonómov je významné to, že pomocou týchto „jazykov“ sa dá lepšie rozumieť diskkrétnej dynamike v ekonomických systémoch, lebo veľmi názorne poukazujú na periodicitu a rotačné vlastnosti 2D ekonomických systémov.

¹⁸ Tieto exponenty sa nazývajú podľa nemenej významného ruského matematika *Alexandra Michajloviča Ljapunova*. Jeho koncepcia stability (tiež nazvaná jeho menom) je štandardnou súčasťou modernej matematiky.



Obr. č. 13

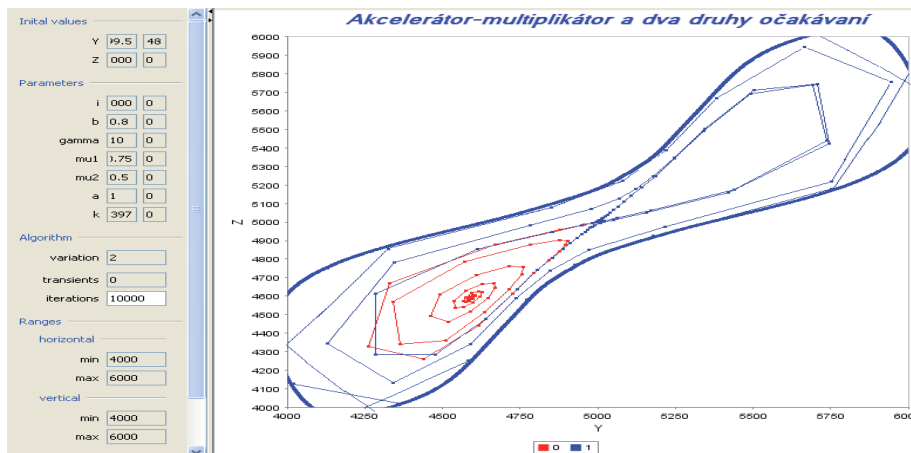
Ukážka tzv. bazénov atrakcie – hranice medzi nimi sme zvýraznili tmavou čiarou



Na snímkach na obr. č. 14 a obr. č. 15 sme demonštrovali citlivosť trajektórií na začiatočné hodnoty Y a Z . Vysokú citlivosť pri malých zmenách hodnoty parametrov akcelerátora k a μ_1 , sme už zviditeľnili predtým na snímkach na obr. č. 10 a obr. č. 11. Na dvoch ďalších snímkach na obr. č. 16 a obr. č. 17 predstavujeme zmeny v nálade účastníkov procesu, ktoré vedú ku kvalitatívnej zmene dynamiky procesu.

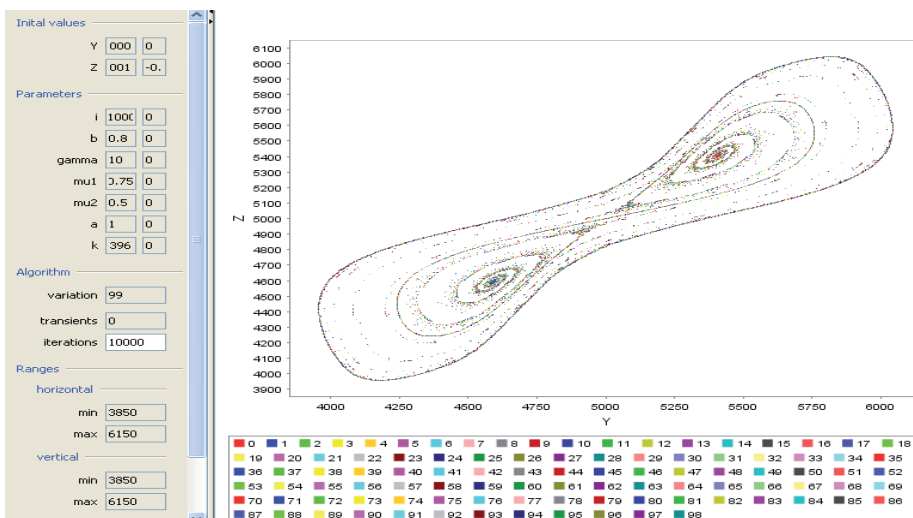
Obr. č. 14

Koexistencia viacerých kvalitatívnych útvarov: dva atraktívne fókusy, sedlo a uzavretá krivka

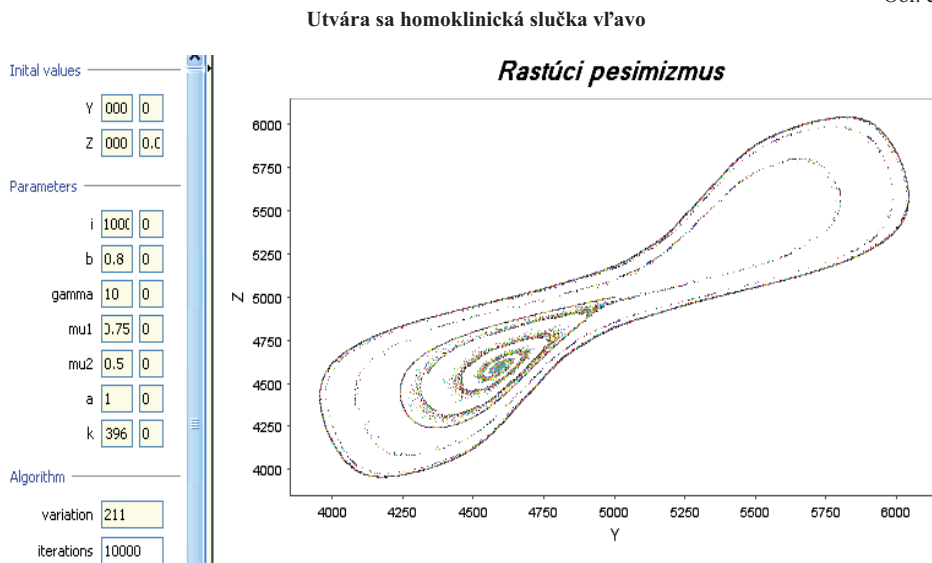


Obr. č. 15

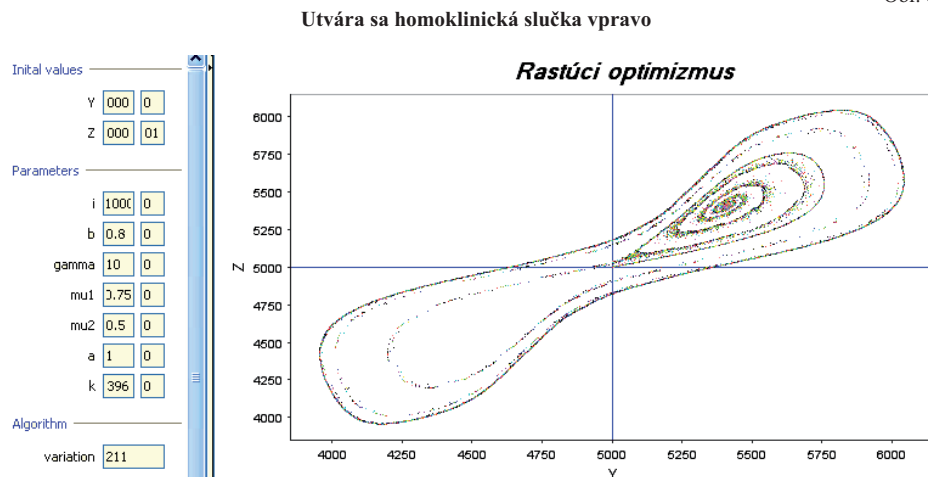
Komplexnejší prípad pri zmene parametra



Obr. č. 16



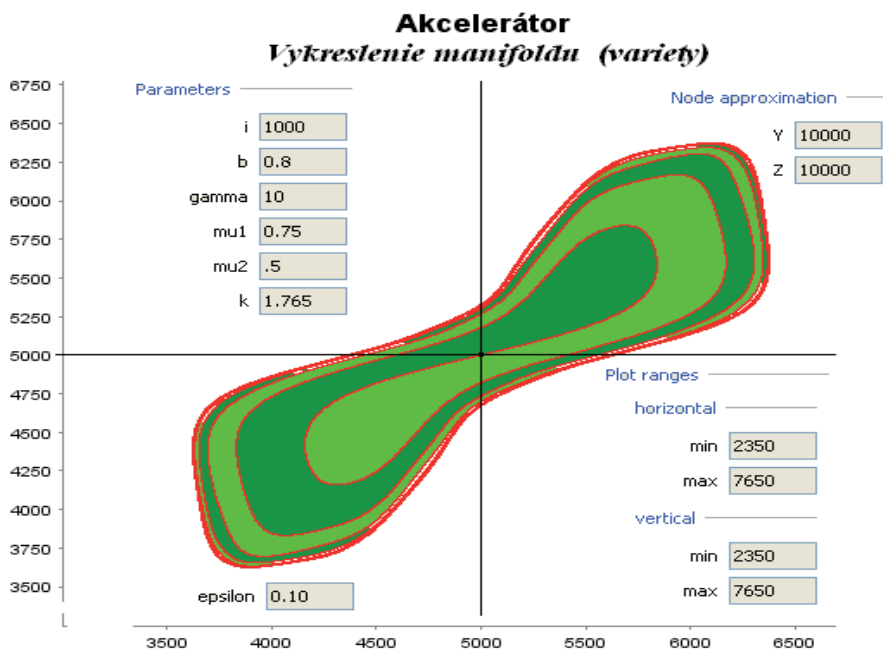
Obr. č. 17



Veľmi názorné kvalitatívne zobrazenia dynamiky procesu získame použitím rutiny *iDMC Manifold*, t. j. vykreslením *variety*. Bazény atrakcie, ktorých hranice určujú repelentné vetvy centrálného fixného bodu, sme dodatočne odlíšili farbou, pravda, to sa dá natoľko presne urobiť len nakoľko to dovoľuje veľkosť pixelov grafiky použitého PC, lebo pri veľmi veľkej hustote vypočítaných bodov obidvoch vetiev dôjde k „presiaknutiu“ farby. To demonštruje nasledujúca snímka na obr. č. 19, na ktorej sme vyfarbili vonkajší priestor uzavretej invariantnej krivky v Skicári Microsoft Office. Jej body sú také husté, že farba nepresiakla do vnútorných bazénov atrakcie. Keď sa totiž vypočítané body obidvoch vetiev veľmi priblížia k sebe, keď sú blízko k UIK, PC ich vloží do toho istého pixelu a tým dôjde akoby k presiaknutiu farby.

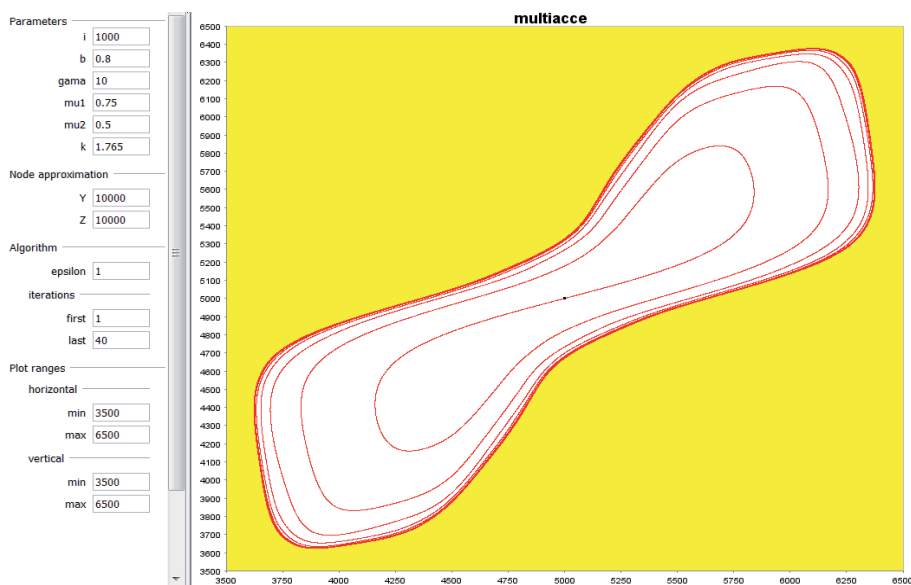
Obr. č. 18

Bazény atrakcie v iDMC s hodnotami začiatočných súradníc premenných a s hodnotami parametrov



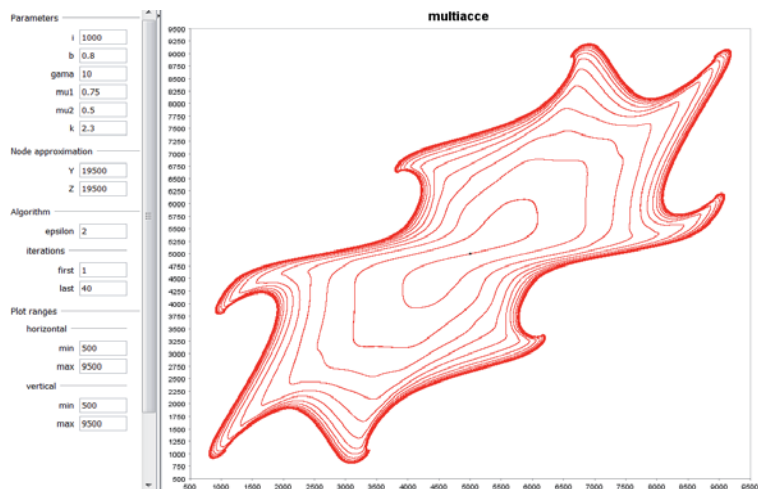
Obr. č. 19

Uzavretá invariantná krivka je atraktívna znútra aj zvonku – manifold (varieta) utvorená v iDMC



Obr. č. 20

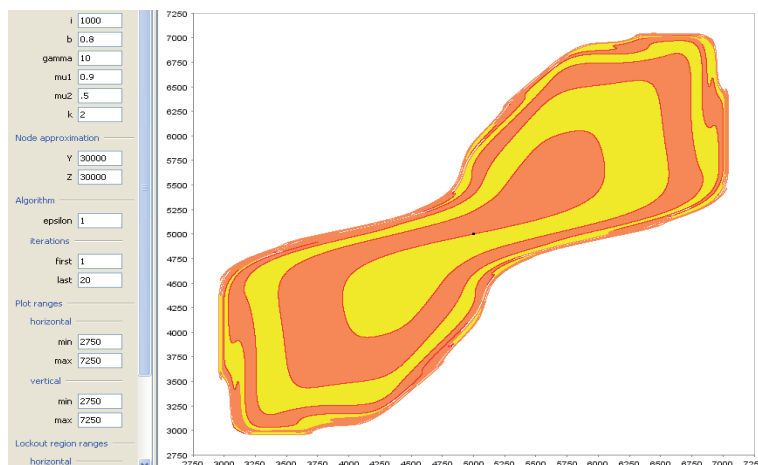
Komplexný manifold



Zadali sme softbotu *multiacce* príkaz vypočítať a vykresliť varietu fixného bodu pri veľmi vysokej hodnote parametra k , t. j. pri $k = 2.3$; výsledok je na snímke na obr. č. 20, na ktorej zreteľne vidno veľkú hustotu čiar v blízkosti *UIK*. Uskutočnili sme aj viaceré ďalšie simulačné experimenty, aby sme aspoň trochu priblížili možnosti pre hlbšie skúmanie dynamického správania tohto mentálneho modelu hospodárstva. Z priestorových dôvodov však nemožno do tejto state umiestniť toľko z nich, aby vytvorili reálny obraz o širších možnostiach rutín iDMC. Ozajstné poznanie týchto možností sa dá dosiahnuť len ich priamym používaním, lebo až vtedy sa naplno prejaví vysoká efektivita spolupráce zrkovného kanála s tvorivou aktivitou vedomia daného subjektu a preto čitateľa na túto činnosť úprimne nabádame.

Obr. č. 21

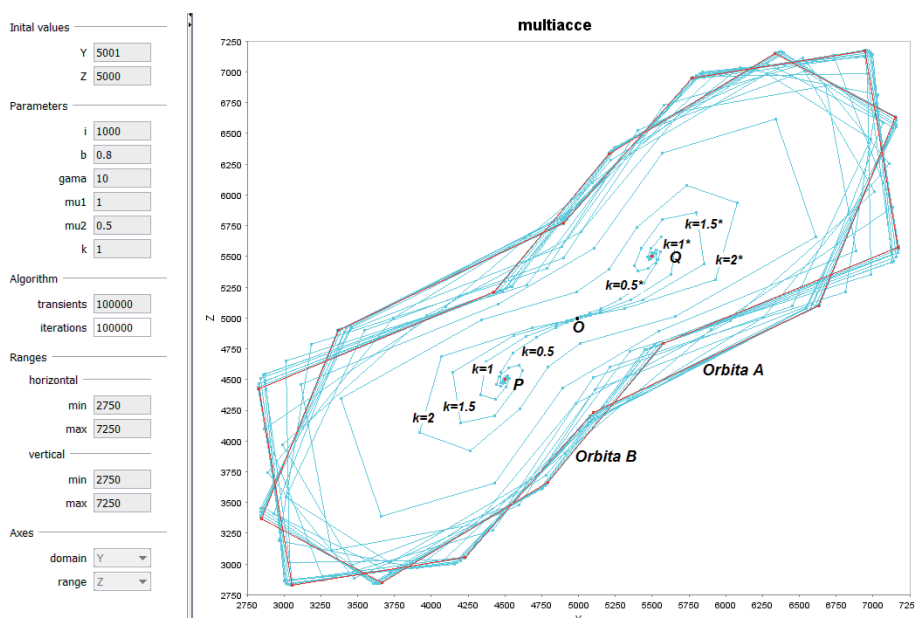
Komplexný manifold s farebným odlíšením bazénov atrakcie a repelencie



Na snímke na obr. č. 21 sú zreteľne viditeľné miesta, kde vznikajú *homoklinické kľbká* v dôsledku pomerne vysokých hodnôt parametrov μ_1 a k . Na snímke na obr. č. 22 sme sa snažili ukázať pomocou rutiny *Trajectory* vplyv zmien parametra k vo väčších krokoch, aby sa čiary veľmi neprekrývali a tým neznižili rozoznateľnosť evolúcie stavového bodu pri rôznych hodnotách parametra k (sukcesia sa v danom prípade dosiahla s dvojnásobnou orbitou a osemnástimi periodickými bodmi).

Obr. č. 22

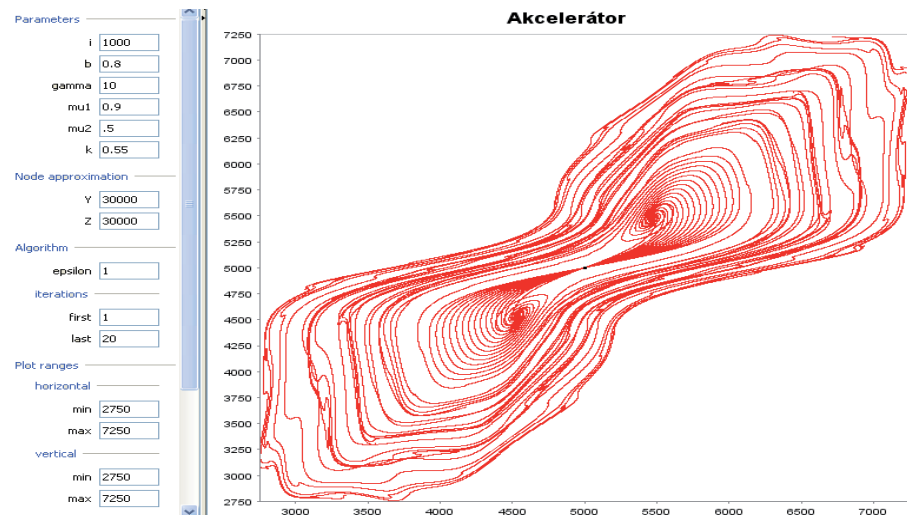
Periodické body pospájané imaginárnymi čiarami pre zviditeľnenie dvojnásobnej orbity



Podobné experimenty ako na snímke na obr. č. 22 sme urobili aj pomocou rutiny *Manifold*, avšak s väčším počtom variantných hodnôt parametra k , aby sme ukázali, že pri jeho nižších hodnotách atrahujú stavový bod lokality P a Q a pri vyšších hodnotách sa objavujú bifurkácie k viacnásobným lokálnym periodickým bodom na jednej alebo viacerých orbitách, ba sa môže objaviť, ak uzavretá invariantná krivka (UIK), po ktorej po dosiahnutí už stavový bod nepretržite rotuje (snímka je na obr. č. 23).

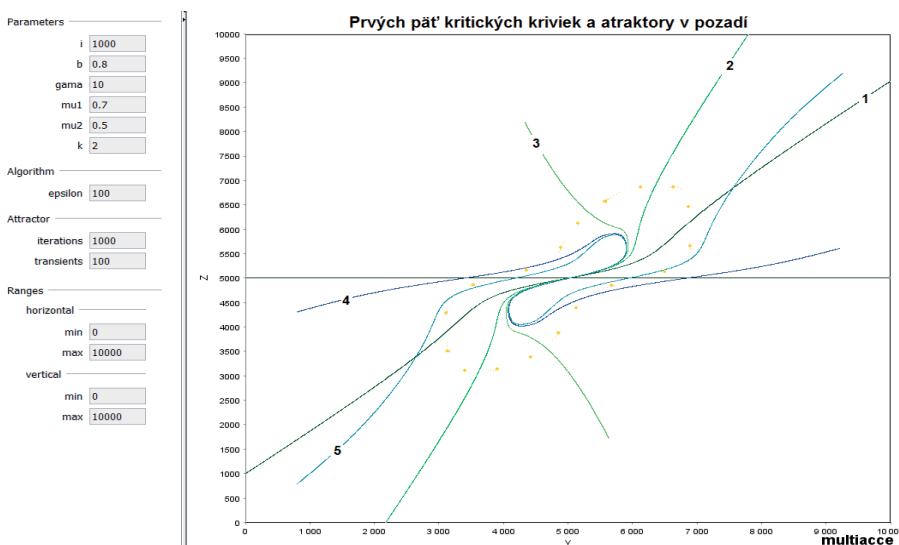
Obr. č. 23

Množina manifoldov získaných s rozličnými hodnotami parametrov premietnutých cez seba



Obr. č. 24

Kritické krivky LC a bodové atraktory získané rutinou „Absorbing area“ iDMC

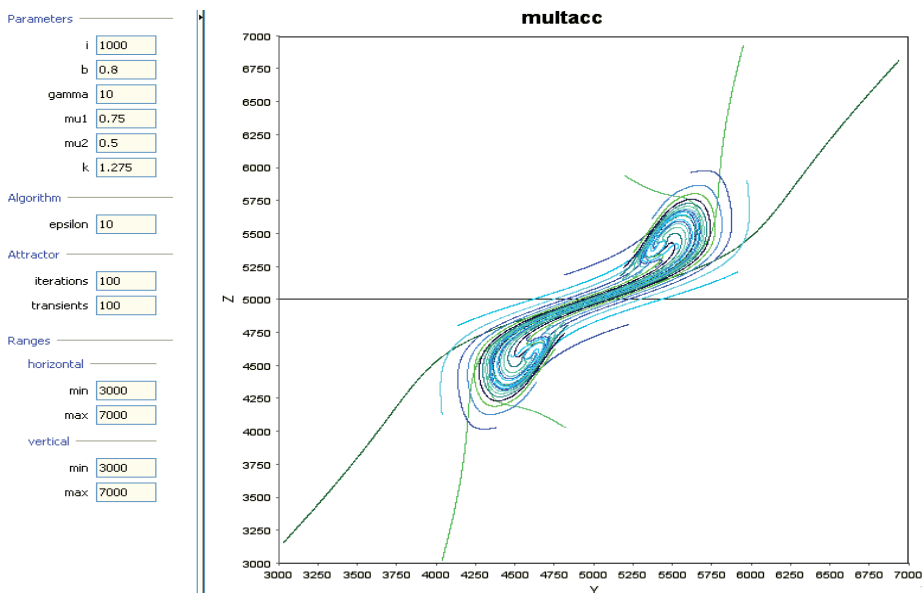


Dôležitú vlastnosť ekonomických dynamických systémov spočívajúcu v emergencii absorpčných oblastí môže pomôcť odhaliť matematická teória absorpčných areálov, kritických čiar LC a bodových atraktorov, vložená aj do iDMC v podobe rutiny *Absorbing area*. Na demonstráciu tejto rutiny sme urobili tri experimenty. Na snímke na obr. č. 24 sme pre prehľadnosť nechali vykresliť len päť prvých LC, ale aj tak vidno, že obkolesujú areál dvoch atraktívnych bodov P a Q (obr. č. 22). Takisto

sme chceli, aby boli viditeľné ďalšie tentoraz periodické body, ktoré rutina *Absorbing area* vie tiež vykresliť. Na snímke na obr. č. 25 je výsledok experimentu, keď sme nechali vykresliť väčší zväzok LC kriviek a na obr. č. 26 sme vytieňovali absorpčnú oblasť, ktorú LC krivky postupne obkolesili.

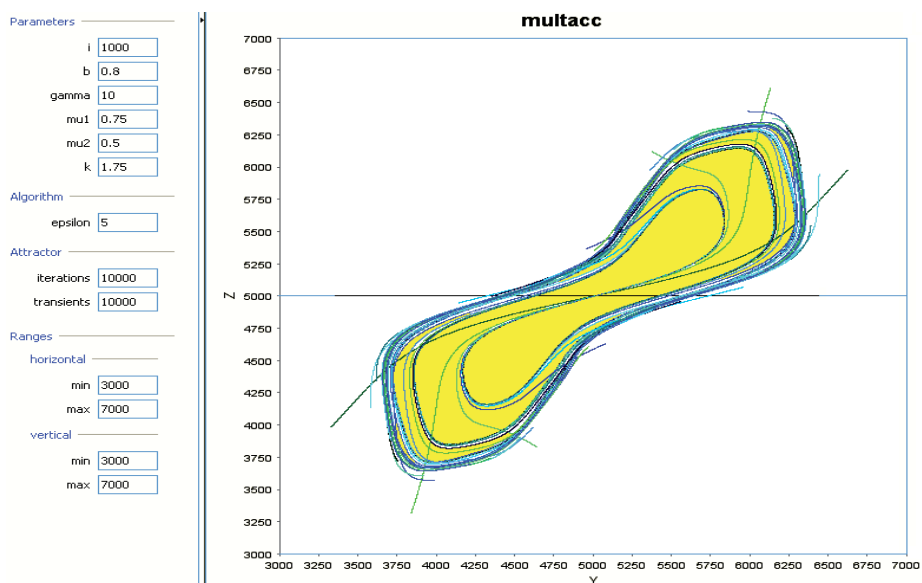
Obr. č. 25

Hustý súbor kritických kriviek LC vyznačuje absorpčnú lokalitu dvoch uzlov



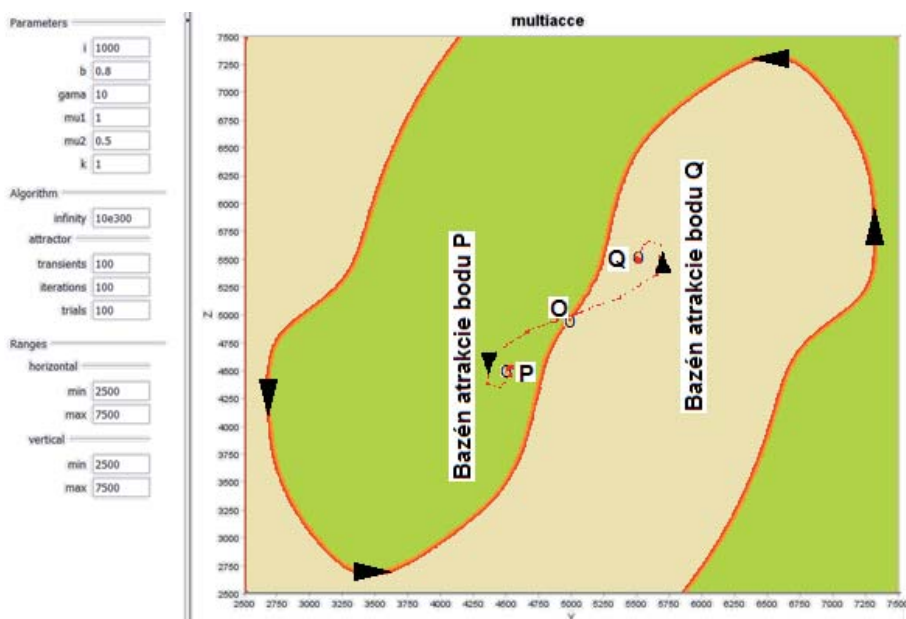
Obr. č. 26

Súbor kritických kriviek LC vyznačuje uzavretú invariantnú krivku, ktorá je atraktívna z oboch strán



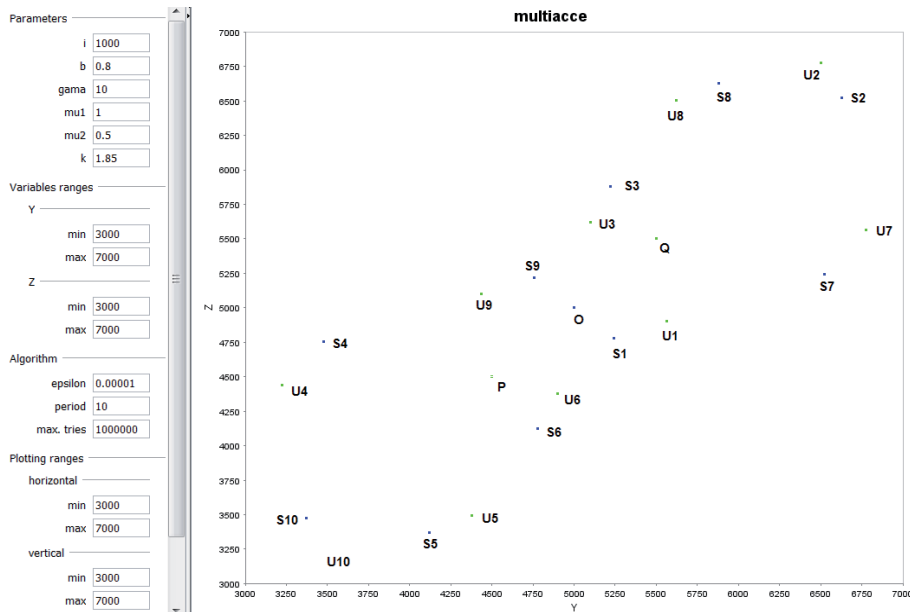
Chceli sme tak ukázať, že dostatočne veľký súbor kritických čiar LC má ohraničujúcu schopnosť pre absorpčný areál. Pre lepšiu viditeľnosť sme tento areál zafarbili. Ďalšia rutina, ktorá nám umožňuje lepšie a hlbšie spoznať vlastnosti subjektívne skonštruovaných mentálnych modelov hospodárstva je v iDMC nazvaný Basin of attraction. Na snímke na obr. č. 27 je centrálna časť bazéna atrakcie, ktorý vznikol s použitím rovnakých hodnôt parametrov ako snímka na obr. č. 22. Snímku sme označili symbolmi a názvami a na čiary vetiev fixného bodu O sme umiestnili šípky smeru.

Obr. č. 27

Farebne rozlíšené bazény atrakcie uzlov P a Q so zvýrazneným rozhraním

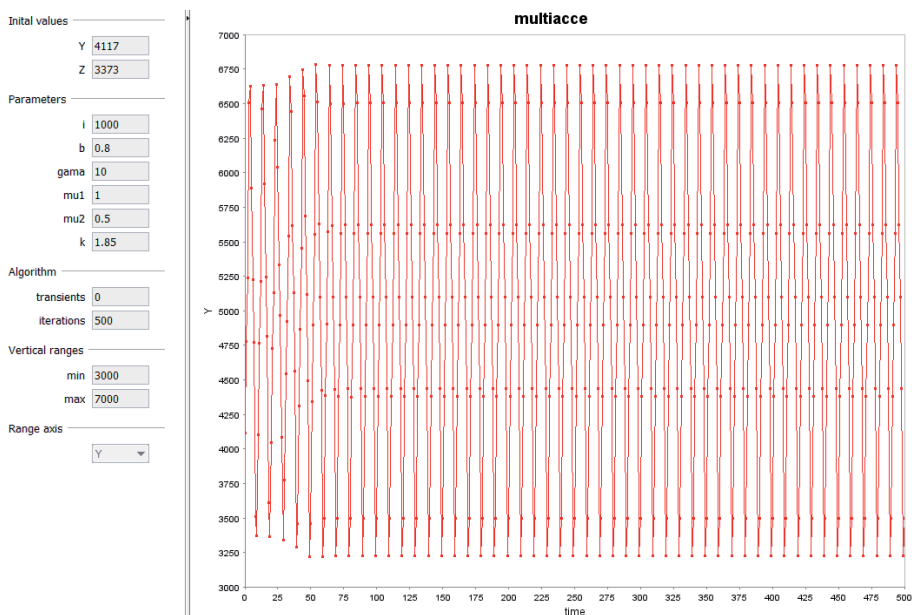
Hlavné vetvy sedla O sme zvýraznili rozdielnou hrúbkou čiar: hrubšia čiara ukazuje prítiažlivé vetvy, ktoré takto tvoria hranice bazénov, a tenšia čiara znázorňuje repelentné vetvy O , ktoré sú však v opačnom zmysle atraktívnymi vetvami uzlov P a Q . Zostáva nám ukázať ešte jednu rutinu iDMC, nazvanú *Cycles*, ktorá umožňuje vykresľovať periodické body

Orbita s periodickými bodmi typu sedlo a uzol, koexistencia bodov P a Q



a farebne ich od seba odlišovať. Na snímke na obr. č. 28 vidíme jednak dva atraktívne body P a Q (uzly) vpravo a vľavo od fixného bodu O (centrálne sedlo), ako aj desať sediel S_i a desať atraktívnych uzlov U_i . Takto sme zistili, že mentálny model pri uvedených hodnotách parametrov môže vytvárať dva rozličné kvalitatívne útvary, a to podľa toho, kde sa nachádza začiatkový bod trajektórie stavového bodu, t. j. určený súradnicami Y a Z . Ak sa umiestni v blízkosti fixného bodu O , resp. v bazéne atrakcie buď P , alebo Q , skončí v jednom z nich. Ak je začiatok mimo oblasti týchto dvoch bazénov atrakcie, potom stavový bod môže jedinečne natrafiť na jedno zo sediel a potom už rotovať nad nimi, alebo v ostatných prípadoch ich pritiahne jeden z uzlov a potom už rotuje nad uzlami. Aby to bolo vidno aj na časovo-krokovej snímke, vytvorili sme taký graf a demonštrujeme desať sukcesívnych úrovní na obr. č. 29. Zistili sme, že keď je začiatkový bod pri takto daných hodnotách parametrov primerane vzdialený od fixného bodu O , sústava po nevel'kom počte krokov prejde na dvojité orbitu tvorenú desiatimi periodickými lokalitami a potom už stavový bod rotuje nad nimi, t. j. rotačné číslo tohto modelu je $2/10$.

Situácia rozvinutá do časovo-krokovej trajektórie



Treba zdôrazniť, že toto, čo sme tu demonštrovali, je len jedna, menej efektívna časť *intelektuálneho cvičenia ekonóma*. Sú, a to dokonca aj v prípade mentálnych modelov budovaných zhora nadol, postupy, ktoré sú oveľa efektívnejšie v tom, že sa daný subjekt sám širšie zapája do tvorivého procesu tvorby softbotu, resp. aj jeho rekonštrukcie. Jeden taký prístup ukázal autor tohto príspevku v stati [5] na príklade Cournotovho duopolu s využitím softvéru STELLA.

4 Závěry

V predloženej stati sme sa pokúsili poukázať na niektoré z mnohých nedostatkov, nedorozumení a predsudkov, ktoré prežívajú tak v komunite ekonómov, ako aj v medzi bežnými ľuďmi o tom, ako sa správa hospodárstvo, keď uznáme, že je to dynamicky evolučný systém. Medzi časté nedorozumenia patrí to, že si niekedy aj uznávaní ekonómi mýlia objekt a predmet skúmania asi v tom zmysle, že pri faktickom skúmaní abstraktného modelu upadajú do deceptie a veria, že skúmajú objektívnu realitu. To má však nielen pre teóriu, ale aj pre bežnú prax závažné a niekedy veľmi negatívne dôsledky, a čom sa dennodenne presviedčame najmä potom, čo spoločnosť postupne vstupuje do svojej vedomostnej éry a v ostatných niekoľkých rokoch aj v spojitosti s tzv. finančnou krízou, ktorá v *sensu stricto* ekonomickej kategórie ani krízou nie je.¹⁹ V danom historickom kontexte je preto mimoriadne dôle-

¹⁹ Ekonomická kategória *kríza* je inherentnou fázou opakujúceho sa hospodárskeho cyklu a má v značnej miere prirodzený, t. j. od dajakého subjektu nezávislý priebeh. Problémy prenesené z bankového a finančného sektora silnými subjektmi do svetového hospodárstva takými cyklami nie sú, majú

žitie presné rozlišovanie čo a ako skúmame a aké na to používame prostriedky. V stati sme naznačili niektoré úplne novovznikajúce možnosti vhodné na hlbšie preskúmanie a pochopenie evolučnej dynamiky v mentálnych modeloch, či už sformovaných priamo ľudským subjektom, alebo emergenciou v počítačovej kreatúre. Obmedzili sme sa však na jednoduchšiu formu, a to na mentálne modely tvorené zhora nadol a jediný aplikačný prípad sme zvolili z makroekonómie. Nazdávame sa a naše skúsenosti to dosvedčujú, že aj z takto obmedzeného prístupu sa dá pochopiť podstata nastoleného problému a osobitne to, že ekonómia je v súčasnosti mimoriadne žiadaným tovarom, ktorý zdá sa nie je bežne dostať.

Z našej skúsenosti vieme, že vzácne zdroje sú nepravidelne rozmiestnené v priestore a čase a navyše je nedostatok informácií o nich. Získať informácie, priblížiť sa a dostať sa k zdrojom tak, aby sa dali čerpať, si vyžaduje náklady. Ale aj ich spotrebúvanie je nákladné, hoci sa to na prvý pohľad nezdá. Preto sa ich snažíme znižovať. Bez toho jednotlivé živé bytosti nemôžu žiť a daný druh nemôže pretrvať v dlhšom horizonte času, pretože sa bez toho nemôže rozmnožovať. Ide o to, že vzhľadom na diskretnosť života jedinca jediným spôsobom prežitia druhu je rozmnožovanie. Toto poznanie sa netýka len biologickej bytosti, ale aj myšlienky, vedomosti, teórie a v širšej súvislosti aj vedného odboru či vedy ako celku. Myšlienky, poznatky, vedomosti, know-how všeobecne, ale aj v prípade ekonómie, na čo sa neprávom zabúda, sú nepravidelne rozmiestnené v čase a v priestore. Získať o nich informácie, priblížiť sa k nim tak, aby sa dali užitočne spotrebúvať, si takisto vyžaduje náklady. Našťastie, rozvoj IKT a pokrok v umelej inteligencii rapídne znižuje náklady na obstaranie vzácných zdrojov, ako sú vedomosti, a medzi nimi aj ekonomické poznatky, intelektuálne zručnosti, hardvérový a softvérový know-how a podobne. To sa netýka len exogénnych vedomostí, ale aj ich endogenizácie týmito novými postupmi, čo treba považovať za bezprecedentné novum, ktoré nemá v histórii ľudstva obdobu. Ide o to, že exogénne vedomosti, keby aj boli hojne dostupné (ale nie sú), však nemožno priamo používať, ich spotrebe musí predchádzať ich endogenizácia. Exogénne vedomosti sa transformujú na endogénne učením. Rozoznávame rôzne podoby a vrstvy učenia, medzi nimi najmä: genotypové učenie²⁰, fenotypové

sôr charakter pomenovateľný kategóriou z (matematickej) *teórie katastrof*, menovite kategóriou *cusp catastrophe*. Tento typ katastrofy obsahuje *hysteréznú slučku*, ktorá nemá realizovateľný spätný chod. Môže byť predmetom vážnej vedeckej diskusie, či má takto subjektívne vyvolaný proces schopnosť spontánne sa vrátiť do režimu prirodzeného cyklu, t. j. prekonať hysteréznú prekážku, navyše, keď sa, zase len subjektívne, silne zasahuje do procesu bez náležitého pochopenia jeho evolučnej dynamiky. Pred vyše 30 rokmi autor tejto state o tom, čo je katastrofa, publikoval niekoľko statí v Ekonomickom časopise SAV, a to najmä v súvislosti s prácami R. Thoma a E. Zeemana [28].

²⁰ Je pozoruhodné ako človek už v dávnej minulosti zasiahol do genotypového prenosu šľachtením zdomácnených stavovcov – holuby, kury domáce, kone, psy a podobne. Zmenou telesnosti fenotypu daného druhu neúmyselne zabránil prirodzenému prenosu genetickej informácie kopuláciu, čo je markantne vidieť u psov. Hoci kopulačné správanie sa zachovalo, telesné proporcie bránia úspešnej kopulácii. Ešte zvláštnie je, že u ľudí silne pôsobia aj civilizačno-kultúrne, najmä náboženské aspekty pri prenose genetickej informácie, o rasových predsudkoch ani nehovoriac. Príkladom môže slúžiť náboženská sekta *Amišov* v USA alebo v stredoeurópskych krajinách osady *sociálne neprispôsobených* skupín spoločnosti, čo má aj vážne ekonomické dôsledky, s ktorými si vlády nevedia poradiť. To tiež priamo poukazuje na dôležitosť vedomostných sietí.

učenie, fylogenetické učenie a sociálne učenie. Medzi nimi sú jednak veľké rozdiely, ale aj spoločné znaky. Učenie (fenotypového) jedinca ako fyzickej osoby je však učením v efektívnom zmysle iba vtedy, keď získané endogénne vedomosti vedú k takej potenej zmene správania, ktoré zvýši úspešnosť prežitia v meniacich sa podmienkach. V opačnom prípade ide výlučne o zábavu, alebo v prísnejšom ekonomickom zmysle o plytvanie časom a energiou, ktorá potom môže chýbať pri zabezpečovaní činností potrebných na prežitie. Správanie fyzickej osoby založené iba na minulých skúsenostiach a vedomostiach môže byť úspešné iba vtedy, keď sú podmienky života takmer stacionárne. Na druhej strane si treba uvedomiť, že autentický jedinec nie je iba „Robinsonom na izolovanom ostrove“ (lebo ved' autentický subjekt sám osebe v prvom rade vždy vedie deliacu čiaru medzi sebou samým a tými ostatnými), ale je (z nášho nadhľadu súbežne) aj ústrojným údom skupiny jedincov, komunity a spoločnosti, či spoločenstva. V tomto prípade sa zdanlivo plané učenie autentického jedinca môže stať užitočným pre prežitie komunity, keď predchádzajúce stereotypy zlyhajú, čo sa stáva najmä po silných zmenách štruktúrnej stability, ako je to práve v týchto rokoch pod vplyvom revolúcie vo vedomostiach a „revolúcie“ v monetárno-finančnej sfére, ktorá sa nesprávne označuje ako kríza. Vo vedeckom zmysle slova ide skôr o katastrofu, čo nanešťastie platí aj o katastrofe označovanej v hovorovej reči. Vyššie uvedené vývody platia najmä vtedy, keď sa výsledok takeho učenia, t. j. nová vedomosť externalizuje, resp. kodifikuje a stane sa verejným statkom (asimiluje sa v kultúre, náboženstve, ideológii, vede atď.). Ale keď aj nie je externalizovaná, čiže keď pre komunitu je iba latentne užitočná, v prípade náhlejšej zmeny podmienok ohrozujúcej prežitie komunity nositeľ tejto vedomosti, ak sa ukáže ako vhodná, môže zabrániť kolapsu komunity tým, že ju ad hoc použije. Možnosť tvoriť hybridné vedomostné siete využiť treba, o tom by sa pochybovať určite nemalo.

Na úplný záver by bolo možné uviesť viacero poučení vyplývajúcich z úvah a demonštrácií, ktoré sme vložili do tohto príspevku; niektoré sme už nepriamo uviedli vyššie, tu však zdôrazníme aspoň jedno: *Ekonomi by si mali dávať väčší pozor pri vkladani predpokladov do mentálnych modelov, ktoré tvoria alebo ktoré preberajú od iných subjektov. Existujúce modely aj novovytvárané modely sa musia vždy podrobovať hlbokaj analýze, aby si boli celkom istí, že do modelu s predpokladmi neprekázli aj chybné prvky, nebudaj predsudky.* Pri takej analýze môžu podľa nášho presvedčenia, vyplývajúceho z mnohoročnej skúsenosti, veľmi pomôcť vymoženosti, ktoré ponúkajú súčasné IKT, počítačová inteligencia a výsledky kognitívnych vied. Ale ani v takom prípade sa nesmie zabúdať na to, že ide len o skúmanie abstraktného výtvoru subjektu a ako také nie je priamou výpoveďou o dianí v živej realite. Takže také skúmania vo svojej zovšeobecnej celostnosti tvoria iba ekonomiu virtuálnej a ani zďaleka nie objektívnej reality. Je to však efektívna metóda intelektuálneho cvičenia ako príprava na uvažovanie o objektívnej ekonomickej realite.

Literatúra

- [1] AGLIARI, A. – BISCHI, G. I. – DIECI, R. – GARDINI, L.: Global bifurcations of closed invariant curves in two-dimensional maps: a computer assisted study. In: *International Journal of Bifurcation and Chaos* 15, 2005, s. 1285 – 1328.
- [2] AGLIARI, A. – GARDINI, L. – PUU, T.: Some global bifurcations related to the appearance of closed invariant curves. *Mathematics and Computers in Simulation* 68, 2005, s. 201 – 219.
- [3] ANDRÁŠIK, L.: Teória počítačového experimentovania v umelom hospodárstve. In: *Ekonomický časopis*, 52, č. 8, s. 996, 2004.
- [4] ANDRÁŠIK, L.: Digitálne príbehy v nelineárnych dynamických ekonomikách v diskretnom čase. In: *Ekonomický časopis*, 56, č. 3, s. 239, 2008.
- [5] ANDRÁŠIK, L.: Kultivácia ekonomickej imaginácie experimentovaním vo virtuálnych laboratóriách. In: *Ekonomické rozhľady*, č. 2, s. 172, 2012.
- [6] ARTHUR, W. B.: On Designing Economic Agents that Behave Like Human Agents. In: *Journal of Evolutionary Economics* 3, pp. 1 – 22, 1993.
- [7] ARTHUR, W. B. – DURLAUF, S. N. and LANE, D. A. eds.: The Economy as an Evolving Complex System, II, Proceedings Volume XXVII, Santa Fe Institute Studies in the Sciences of Complexity, Addison-Wesley, Reading, MA, 1997.
- [8] ARTHUR, W. B.: Positive Feedbacks in the Economy. *Scientific American*, p. 92 – 99, 1990.
- [9] BRUUN, CH. eds.: Advance in Artificial Economics, The Economy as a Complex Dynamic System, Springer-Verlag, 584, Lecture Notes in Economic and Mathematical Systems, 2006.
- [10] BUCKMINSTER FULLER, R. – APPLEWHITE, E. J.: Synergetics: Explorations in the Geometry of Thinking, Macmillan (with a preface and contribution by Arthur L. Loeb), vol. 1, 1975.
- [11] CATHALA, J. C.: On the Boundaries of Absorbing and Chaotic Areas in Second-Order Endomorphism, *Nonlinear Analysis, Theory, Methods & Applications*, vol. 29, No. 1, p. 77 – 119, 1997.
- [12] DAVIDSSON, P. et al, eds.: Multi-Agent-Based Simulation, II, Lecture Notes in Artificial Intelligence. (LNAI) 2581, The 3d International Workshop on Multi-Agent-Based Simulation, MABS 2002. Berlin: Springer-Verlag, 2003.
- [13] DIECI, R.: Critical curves and bifurcations of absorbing areas in a financial model. In: *Nonlinear Analysis*, vol. 47, p. 5265 – 5276, 2001. Stať je prístupná aj na internete: <http://www.elsevier.nl/locate/na>
- [14] DOPFER, K. eds.: *The Evolutionary Foundation of Economics*. Cambridge: Cambridge University Press, 2006.
- [15] EDMONDS, B. – HALES, D. et al, eds.: Multi-Agent-Based Simulation III, Springer, ISBN: 3540207368, LNAI 2927, The 4th International Workshop on Multi-Agent-Based Simulation, MABS 2003, Melbourne, Australia as part of AAMAS 2003. Berlin: Springer-Verlag, 2004.
- [16] FERBER, J.: Multi-Agent Systems, An Introduction to Distributed Artificial Intelligence, Addison Wesley Longman, New York, 1999.
- [17] FORRESTER, J.: *Industrial Dynamics*, Waltham, Massachusetts, Pegasus Communications, 1961.
- [18] FORRESTER, J.: *Urban Dynamics*, Portland, Oregon, Productivity Press, 1969.
- [19] FORRESTER, J.: *World Dynamics*, Waltham, Pegasus Communications, Massachusetts, 1971.
- [20] GUCKENHAIMER, J. – OSTER, G. F. & IPAKTCHI, A.: The dynamics of density dependent population models. In: *Journal of Mathematical Biology*, vol. 4, p. 101 – 147, 1977.

- [21] GUMOWSKI, I. & MIRA, Ch.: Recurrences and discrete dynamic systems – An introduction, Lecture notes in mathematics, No. 809, Springer-Verlag, Berlin, 1980.
- [22] CHIARELLA, C. – DIECI, R. – GARDINI, L.: Speculative behaviour and complex asset price dynamics: a global analysis. In: *Journal of Economic Behavior & Organization*, vol. 49, 2002, s. 173 – 197. Časopis je přístupný na internete: <http://www.elsevier.com/locate/econbase>
- [23] KLUSCH, M. eds.: *Intelligent Information Agents, Agent-based Information Discovery and Management on the Internet*. Berlin: Springer-Verlag, 1999.
- [24] LUNA, F. eds.: *Economic Simulation in SWARM: Agent-Based Modelling and Object Oriented Programming*, Advance in Computational Economics, vol. 14, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 2000.
- [25] MONOD, J.: *Chance and Necessity: An Essay on the Natural Philosophy of Modern Biology*, Alfred A. Knopf, New York, 1971.
- [26] MOSS, S. and DAVIDSSON, P. eds.: *Multi-Agent-Based Simulation: Proceedings of the Second International Workshop (MABS 2000)*, Springer-Verlag, Lecture Notes in Artificial Intelligence, volume 1979, Lecture Notes in Computer Science, Berlin, 2001.
- [27] NORDIN, P. at all.: *Genetic Programming, An Introduction, On the Automatic Evolution of Computer programs and Its Application*, Morgan Kaufman Publisher, Inc., 1998.
- [28] OTT, E. – SAUER, T. – YORKE, J. A.: *Coping with Chaos: Analysis of Chaotic Data and the Exploitation of Chaotic Systems*, John Wiley & Sons, Inc., 1994.
- [29] PAGE, G. F. eds.: *Application of Neural Networks to Modelling and Control*, Chapman&Hall, 1993.
- [30] PUU, T. – SUSHKO, I. eds.: *Oligopoly Dynamics: Models and Tools*, Berlin: Springer-Verlag, 2002.
- [31] ROBINSON, J.: *The Economics of Imperfect Competition*. London: Cambridge University Press, 1933.
- [32] SHELDRAKE, R.: *A New Science of Life: The Hypothesis of Formative Causation*. London: Blond & Briggs, 1981.
- [33] SMALE, S.: Differentiable dynamical systems. In: *Bulletin of American Mathematical Society*, vol. 73, p. 747 – 817, 1967.
- [34] SZENT-GYORGYI, A.: *Drive in Living Matter to Perfect Itself*. Synthesis, 1977.
- [35] TERNA, P. at all: *Neural Networks for Economic and Financial Modelling*. London: Thomson Computer Press, 1996.
- [36] THOM, R.: *Structural Stability and Morphogenesis*. W. A. Benjamin, 1972.
- [37] UMBHAUER, G. eds.: *The Economics of Networks, Interaction and Behaviours*. Springer-Verlag, 1998.
- [38] ZEEMAN, E. C.: On the unstable behaviour of stock exchanges. In: *Journal of Mathematical Economics* 1, s. 39 – 49, 1974.
- [39] ZIEMNOWICZ, Ch. and CARAYANNIS, E. G. eds.: *Rediscovering Schumpeter; Creative Destruction Evolving into “Mode 3”*. Palgrave, MacMillan, 2007.